SÉRIE A, N° 2.78
N° D'ORDRE : 3049

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES
## DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

PIERRE GUINTINI

Assistant à la Faculté des Sciences

1re *THÈSE.* — RECHERCHES STATISTIQUES SUR LES ÉTOILES A HÉLIUM.

2e *THÈSE.* — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 12 Juin 1946, devant la Commission d'Examen :

MM. ESCLANGON, *Président.*
CROZE,
G. DARMOIS, } *Examinateurs.*

ÉDITIONS DE LA *REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE ET INSTRUMENTALE*
165, RUE DE SÈVRES — 3 ET 5, BOULEVARD PASTEUR
PARIS (15e)
1948

SÉRIE A, N° 2178
N° D'ORDRE : 3049

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES
## DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

PIERRE GUINTINI

1re *THÈSE.* — RECHERCHES STATISTIQUES SUR LES ÉTOILES A HÉLIUM.

2e *THÈSE.* — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 12 Juin 1946, devant la Commission d'Examen :

MM. ESCLANGON, *Président.*
CROZE, }
G. DARMOIS, } *Examinateurs.*

ÉDITIONS DE LA *REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE ET INSTRUMENTALE*
165, RUE DE SÈVRES — 3 ET 5, BOULEVARD PASTEUR
PARIS (15e)
1948

# UNIVERSITÉ DE PARIS

# FACULTÉ DES SCIENCES

*Doyen*. . . . . Paul Montel

## PROFESSEURS

| | | |
|---|---|---|
| P. Montel | T | Théories des fonctions. |
| L. Blaringhem | T | Botanique. |
| G. Julia | T | Analyse supérieure et Algèbre supérieure. |
| C. Mauguin | T | Minéralogie. |
| A. Michel-Lévy | T | Pétrographie. |
| A. Denjoy | T | Géométrie supérieure. |
| L. Lutaud | T | Géographie physique et géologie dynamique. |
| E. Darmois | T | Enseignement de physique. |
| A. Debierne | T | Électronique et Radioactivité. |
| M. Javillier | T | Chimie biologique |
| Robert Lévy | T | Physiologie comparée. |
| Henri Villat | T | Mécanique des fluides et applications. |
| Ch. Jacob | T | Géologie. |
| P. Pascal | T | Chimie générale. |
| M. Fréchet | T | Calcul des Probabilités et Physique mathématique. |
| E. Esclangon | T | Astronomie. |
| Mme Ramart-Lucas | T | Chimie organique. |
| H. Béghin | T | Mécanique physique et expérimentale. |
| Foch | T | Mécanique expérimentale des fluides. |
| Pauthenier | T | Électronique générale. |
| Louis De Broglie | T | Théories physiques. |
| Henri Chrétien | | Optique appliquée. |
| Job | T | Chimie générale. |
| Prenant | T | Anatomie et Histologie comparées. |
| Villey | | Mécanique physique et expérimentale. |
| Combes | T | Physiologie végétale. |
| Garnier | T | Application de l'analyse à la Géométrie. |
| Joseph Pérès | T | Mécanique rationnelle. |
| Hackspill | T | Chimie minérale. |
| Laugier | T | Physiologie générale. |
| Toussaint | | Technique aéronautique. |
| M. Curie | | Physique (P. C. B.). |
| G. Ribaud | T | Hautes températures. |
| Chazy | T | Mécanique analytique. |
| Gault | T | Chimie (P. C. B.). |
| Croze | T | Physique théorique et physique céleste. |
| Dupont | T | Théories chimiques. |
| Lanquine | T | Géologie structurale et géologie appliquée. |
| Valiron | T | Calcul différentiel et calcul intégral. |
| Barrabé | | Géologie structurale et Géologie appliquée. |
| F. Perrin | | Théories physiques. |
| Vavon | T | Analyse et mesures chimiques |
| G Darmois | T | Mathématiques générales. |
| Chatton | T | Biologie maritime. |
| Aubel | | Chimie biologique. |
| Jacques Bourcart | | Géographie physique et Géologie dynamique. |
| Mme Joliot-Curie | | Physique générale et Radioactivité. |
| Plantefol | T | Botanique. |
| Cabannes | T | Recherches physiques. |
| Grassé | T | Zoologie (Évolution des êtres organisés). |
| Prévost | | Chimie organique. |
| Bouligand | | Mathématiques. |
| Chaudron | | Chimie. |
| Wyart | | Minéralogie. |
| Teissier | | Zoologie. |
| Mangenot | T | Biologie végétale. |
| P. Auger | | Physique. |
| Monnier | | Physiologie générale. |
| Piveteau | | Géologie. |
| Rocard | | Physique. |
| H. Cartant | | Calcul différenciel. |
| Schaeffer | T | Physiologie générale. |
| Laffite | | Chimie (P. C. B.) |
| Leray | | Mécanique théorique des fluides. |
| Favart | | Calcul des probabilités et Physique-mathématique. |
| Coulomb | T | Physique du globe. |
| Mlle Cousin | | Biologie animale (P.C.B.) |
| Chrétien | | Analyse et mesure chimique. |
| Drach | | Évolution des êtres organisés. |
| Chatelet | T | Arithmétique et thèorie des nombres. |
| Ephrussi | T | Génétique. |
| Wurmser | T | Biologie physico-chimique. |
| Kastler | | Physique. |
| Rivière | | Géologie. |
| Bauer | T | Chimie-Physique. |

*Secrétaire*. . . . . Ch. Monier.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

# RECHERCHES STATISTIQUES SUR LES ÉTOILES A HÉLIUM


SOMMAIRE

*Je me suis proposé d'utiliser toutes les données actuelles de l'observation concernant les étoiles à hélium pour déterminer, aussi exactement que possible, les distances de ces étoiles en tenant compte de l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire.*

*Ce travail comprend 4 parties :*

## I. — ÉTUDE DE LA DISTRIBUTION DE LA MATIÈRE ABSORBANTE

a) *L'examen des indices de couleur de Stebbins et Huffer nous a permis de mettre en évidence une variation de l'excès de couleur avec la longitude galactique, ainsi que d'étudier la décroissance de l'absorption avec la latitude galactique.*

b) *En supposant la matière absorbante répartie suivant une loi de Gauss en fonction de la distance au plan galactique, nous avons dressé des tables donnant directement la distance r corrigée de l'absorption ainsi que les dérivées de r par rapport aux constantes introduites dans la formule. Ces tables sont ulilisables pour les absorptions visuelles et photographiques.*

## II. — POSITION PRÉCISE DU POLE GALACTIQUE

*La connaissance précise du plan de concentration de ces étoiles étant indispensable pour les recherches ultérieures, j'ai effectué cette détermination en classant les étoiles par sous-types spectraux et par tranches de distances. Pour cela j'ai adopté une magnitude absolue provisoire et une constante d'absorption de 0,35 magnitude par kiloparsec; la distance était lue directement sur la table.*

*J'ai trouvé une variation systématique du pôle galactique avec la distance des étoiles considérées, mais la cote du Soleil par rapport au plan galactique est pratiquement constante et d'environ 25 parsecs au nord. Le pôle galactique trouvé pour l'ensemble des étoiles ne diffère que de 1/2 degré du pôle classique d'Ohlsson.*

## III. — DÉTERMINATION DES CORRECTIONS A APPLIQUER AUX MAGNITUDES ABSOLUES ET A LA CONSTANTE D'ABSORPTION

*Si r est la distance provisoire d'une étoile calculée à partir de la magnitude absolue M et de la constante d'absorption a; la distance vraie $r_v$ qui correspond à la magnitude absolue $M + \delta M$ et à la constante d'absorption $a + \delta a$ sera :*

$$r_v = r + \frac{\partial r}{\partial M}\delta M + \frac{\partial r}{\partial a}\delta a.$$

*Les valeurs de $\frac{\partial r}{\partial M}$ et $\frac{\partial r}{\partial a}$ sont données par nos tables.*

*Les corrections $\delta M$ et $\delta a$ ont été obtenues à partir des vitesses radiales et des mouvements propres.*

*Dans les vitesses radiales les termes de translation solaire ne dépendent pas de la distance de l'étoile, les termes de rotation galactique en dépendent. Dans les mouvements propres au contraire, les termes de translation solaire dépendent de la distance, les termes de rotation galactique en sont indépendants.*

*En identifiant les résultats obtenus de ces 2 manières nous obtenons les corrections $\delta M$ à appliquer aux magnitudes absolues moyennes des différents sous-types.*

*La correction $\delta a$ à appliquer à la constante d'absorption n'est pas très précise, car on ne possède pas suffisamment d'étoiles faibles d'un sous-type spectral donné dont on connaisse à la fois la vitesse radiale et le mouvement propre.*

## IV. — RENSEIGNEMENTS FOURNIS PAR LES ÉTOILES DOUBLES

*Les étoiles doubles visuelles dont l'orbite est connue ne sont pas très nombreuses dans les classes* B0 *à* B5, *mais il y a beaucoup de binaires spectroscopiques de ce type. Nous avons étudié la relation Masse-Luminosité proposée par Russell et Moore et examiné ce que peut nous donner cette relation en ce qui concerne l'amélioration de la détermination des magnitudes absolues.*

# INTRODUCTION

Les étoiles à hélium, ou de type B, sont très importantes en astrophysique et en statistique stellaire ; leur grand éclat intrinsèque fait que, à égalité de magnitude apparente, elles sont beaucoup plus éloignées que les étoiles des autres types spectraux et par suite permettent d'explorer plus profondément notre galaxie.

Les premières méthodes qui ont permis de connaître les distances individuelles des étoiles sont les méthodes trigonométriques. On détermine la valeur de l'angle sous lequel on verrait de l'étoile le rayon moyen de l'orbite terrestre, supposé perpendiculaire à la ligne de visée ; cet angle $\varpi$ s'appelle la parallaxe et s'exprime généralement en secondes d'arc ($''$).

L'unité de distance ou parsec est celle qui correspond à une parallaxe de $1''$.

Les difficultés proviennent de la petitesse des valeurs de $\varpi$.

La détermination des parallaxes trigonométriques ne fut réalisée qu'à partir de 1838, époque où Struve détermina celle de $\alpha$ Lyrae : $0'',115$ et Bessel celle de 61 Cygni : $0'',31$.

Les parallaxes trigonométriques sont déterminées actuellement par la méthode photographique de Frank Schlesinger.

L'accord entre les diflérentes mesures eflectuées est assez bon, l'erreur probable est d'environ $0'',010$. Or il n'y a guère que 42 parallaxes trigonométriques d'étoiles B supérieures à $0'',010$ ; parmi ces 42 parallaxes, 24 sont comprises entre $0'',010$ et $0'',020$, 8 entre $0'',020$ et $0'',030$, 8 entre $0'',030$ et $0'',040$, 2 étoiles B seulement ont une parallaxe supérieure à $0'',040$ : ce sont $\alpha$ Eridani $0'',049$ et $\lambda$ Leonis $0'',041$.

Les parallaxes spectroscopiques sont déterminées à partir des magnitudes absolues. La magnitude absolue $M$ d'une étoile est égale à la magnitude apparente qu'elle aurait si elle se trouvait

à une distance de 10 parsecs. Les quantités magnitude apparente $m$, magnitude absolue $M$ et distance $r$ sont liées par la relation : $m - M + 5 = 5 \log r$ ou encore, comme

$$r = 1/\varpi, \qquad 5 \log \varpi = M - m - 5.$$

Dans ces formules il n'est pas tenu compte de l'absorption de la lumière.

Les mesure de parallaxes spectroscopiques d'étoiles B ont été tentées par Edwards vers 1930. Cet astronome pensait que les magnitudes absolues des étoiles B étaient liées par des relations bien définies avec les intensités de certaines raies de l'hélium dans leur spectre et que ces relations étaient suffisamment précises pour permettre de déterminer les luminosités.

Edwards utilisait 3 couples de raies, chacun d'eux étant constitué par une raie de l'hélium et une de l'hydrogène :

$$H_\gamma - 4388\ He\,; \qquad H_\delta - 4144\ He\,; \qquad H_\gamma - 4471\ He.$$

Il effectuait ainsi 3 mesures indépendantes de magnitude absolue pour chaque étoile, dont il prenait la moyenne.

Edwards s'était rapidement rendu compte que la méthode qu'il employait ne donnait pas de bons résultats et qu'elle n'était pas applicable à certains types d'étoiles, en particulier à celles présentant des raies larges et diffuses ; aussi a-t-il décidé d'utiliser la méthode d'Adams et Joy basée sur la corrélation entre le sous-type spectral et la magnitude absolue.

A ce moment il ne peut plus être question de magnitudes absolues individuelles, mais seulement de valeurs moyennes.

Pour appliquer cette dernière méthode, la classification spectrale devra être aussi exacte que possible ; pour réduire l'intervalle compris entre chaque sous-type on avait pensé faire une distinction entre les raies fines : s (sharp) et les raies diffuses : n (nebulous) et classé les étoiles en 5 groupes (ss, s, ns, n, nn) et ensuite attribué à chaque groupe une magnitude absolue moyenne différente.

Aucune de ces méthodes n'ayant pleinement réussi, on a dû se contenter de magnitudes absolues moyennes dépendant du sous-type spectral. Ces magnitudes absolues moyennes sont déterminées par des méthodes statistiques qui ont fait l'objet de nombreux travaux ; or un simple examen montre qu'il y a des écarts considérables entre les valeurs indiquées par les différents

auteurs. Il m'a donc semblé fondamental de redéterminer ces magnitudes absolues moyennes.

Pour les étoiles assez éloignées, les résultats obtenus vont dépendre essentiellement de la valeur adoptée pour l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire. L'étude de l'absorption est donc intimement liée à celle de la détermination des magnitudes absolues.

Pour étudier la distribution de la matière absorbante j'ai été amené à effectuer une nouvelle détermination du plan de concentration des étoiles à hélium.

Ce travail commencé à l'Observatoire de Paris a été poursuivi à l'Institut d'Astrophysique. Je suis heureux d'exprimer ici ma reconnaissance à mon maître M. Henri Mineur, Directeur de l'Institut d'Astrophysique, qui m'a initié aux travaux astronomiques et a dirigé mes recherches.

Je remercie M. le professeur Esclangon, Directeur de l'Observatoire de Paris, de l'intérêt qu'il a porté à mes travaux dès leurs débuts, ainsi que de la bienveillance qu'il m'a toujours témoignée et je le prie de croire à toute ma gratitude.

Je suis reconnaissant au Centre national de la Recherche scientifique de m'avoir accordé une allocation qui m'a permis de consacrer à la recherche tout le temps que me laisse mon service d'enseignement.

Je remercie enfin Madame Guintini, calculatrice au laboratoire de statistique stellaire, de m'avoir déchargé d'une partie des longs calculs nécessités par cette étude.

## CHAPITRE PREMIER

# ÉTUDE DE LA DISTRIBUTION DE LA MATIERE ABSORBANTE

**1. Les classifications spectrales.** — La classification du *Henry Draper Catalogue* (1) a été établie à Harvard en 1918. Sur les 220 000 étoiles de ce catalogue moins de 4 000, soit environ 2 °/₀, appartiennent au groupe B.

Les étoiles à hélium comprennent toute la classe B de Harvard ; on trouve dans le spectre de ces étoiles les raies d'absorption de l'hélium et de l'hydrogène. Dans quelques étoiles on peut également observer la série de Pickering de l'hélium ionisé.

Il existe dans les étoiles à hélium une catégorie très intéressante, ce sont les étoiles à lignes brillantes dans lesquelles on observe la présence de raies d'émission, principalement de l'hydrogène et de l'hélium ; elles sont désignées par Be.

On a l'habitude de rattacher aux étoiles B les étoiles O et les étoiles de Wolf-Rayet. On trouve dans ces étoiles les raies obscures ou brillantes de la série de Pickering et parfois $H_\alpha$ et $H_\beta$ de l'hydrogène. On y trouve également les autres séries de l'hélium et la raie 4 685,9. Aucune raie des métaux n'y a été rencontrée. Le fond du spectre est continu et très intense dans l'ultra-violet.

Les principales classifications qui ont succédé à celle de Harvard sont celles de Victoria (2) et du Mont Wilson (3) ; mais c'est surtout le système du *Henry Draper Catalogue* qui forme encore actuellement la base de presque toutes les autres classifications.

Williams (4) reproche au système du *Henry Draper Catalogue* le fait que certaines étoiles brillantes photographiées avec une grande dispersion avaient été définies comme standard du sous-

type de Harvard. D'autre part la grande majorité des étoiles faibles du *Henry Draper Catalogue* a été classifiée au moyen de plaques obtenues avec un prisme objectif de si faible dispersion que l'on aperçoit seulement les raies de l'hydrogène et les plus fortes raies de l'hélium ; le résultat est que les sous-types ont été estimés avec une grossière approximation à partir des intensités absolues des raies. Les sous-types B4, B6, B7 n'ont pas été employés dans la classification de Harvard.

On doit nettement séparer les méthodes basées sur les rapports d'intensités des raies de celles basées sur les intensités absolues. La méthode en faveur à Harvard était basée sur la force des raies de l'hydrogène.

Les recherches de Williams sont basées entièrement sur les rapports d'intensités, cette classification étant d'autant meilleure que l'on utilisera des rapports basés sur les raies du plus grand nombre d'éléments possible.

Le procédé employé est le suivant : pour chaque atome la somme des intensités de toutes les raies observées dans l'étoile donnée est exprimée en fonction de son maximum dans la séquence spectrale.

Ensuite ces intensités réduites, calculées pour les atomes dont les raies s'accroissent en force quand la température décroît, sont additionnées et divisées par la somme similaire pour les atomes dont les raies ont une intensité décroissante quand la température décroît.

Ex. : Dans le rapport $\frac{Mg^{+}\,Si^{+}\,Fe^{+}}{C^{++}\,N^{+}\,O^{+}\,Si^{++}}$ la somme des intensités pour les atomes du numérateur est multipliée par 8 lorsqu'on passe du type B1 au type B6, tandis que pour les atomes du dénominateur cette somme décroît jusqu'à devenir presque nulle pour le type B8. Voici d'après Williams les valeurs que prend ce rapport pour les différents sous-types :

| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,2 | 0,5 | 1,1 | 1,9 | 4,0 | 7,5 | 12,5 |

*Intensité des raies de l'hélium.*

Williams a considéré les raies de 5 séries différentes de l'hélium. Les triplets de la série diffuse sont toujours les plus intenses et, pour chaque étoile, la moyenne des 3 raies 4471, 4026 et 3820 est la meilleure mesure de l'intensité de l'hélium.

Si l'on porte en abscisse le sous-type spectral et en ordonnée l'intensité moyenne, on trouve un maximum d'intensité pour la classe B3.

Williams compare les intensités des raies de chaque série à celles des triplets de la série diffuse. Les intensités de chaque raie ont été exprimées en fonction de l'intensité moyenne du triplet de la série diffuse dans la même étoile.

Williams donne une liste d'étoiles standard évaluées avec exactitude; toutes les sous-classes sont utilisées, les effets systématiques dépendant de la luminosité et des caractères des raies sont évités.

Voici la classification de E. G. Williams comparée à celle de Victoria :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Williams | Bo | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 |
| Victoria | O9,5 | B1 | B2 | B2,6 | B3 | B4 | B5,4 | B7 |

La figure 1 nous donne, comparées à celle du *Henry Draper Catalogue,* les classifications de Victoria, du Mont Wilson et de Williams.

**2. Absorption générale et absorption sélective.** — L'absorption générale a été mise en évidence, par les travaux de Seares (5), Van de Kamp, Shapley (6) et Hubble (7), en étudiant la distribution des nébuleuses extragalactiques. Les dénombrements des nébuleuses variaient avec la latitude suivant une loi en cosécante indiquant la présence d'une couche de matière absorbante. Le plan moyen de la couche coïncidant avec celui de la galaxie, l'absorption totale en lumière sensible pour l'émission photographique de pôle à pôle était de 0,5 à 0,8 magnitude.

Les meilleures déterminations modernes du coefficient moyen d'absorption photographique générale sont celles de Trumpler et Joy.

Trumpler (8) avait utilisé les diamètres apparents des amas ouverts pour déterminer les distances; les spectres des étoiles individuelles lui donnaient les types spectraux et les magnitudes absolues; il avait trouvé comme valeur moyenne de l'absorption photographique générale 0,67 magnitude par kiloparsec.

Joy (9) a fait une étude des vitesses radiales et des périodes des faibles céphéides galactiques. Joy détermine les distances au moyen

de l'effet Oort de la rotation galactique dans les vitesses radiales et leurs magnitudes absolues à partir de la relation période-luminosité. Il trouve la valeur 0,85 magnitude par kiloparsec.

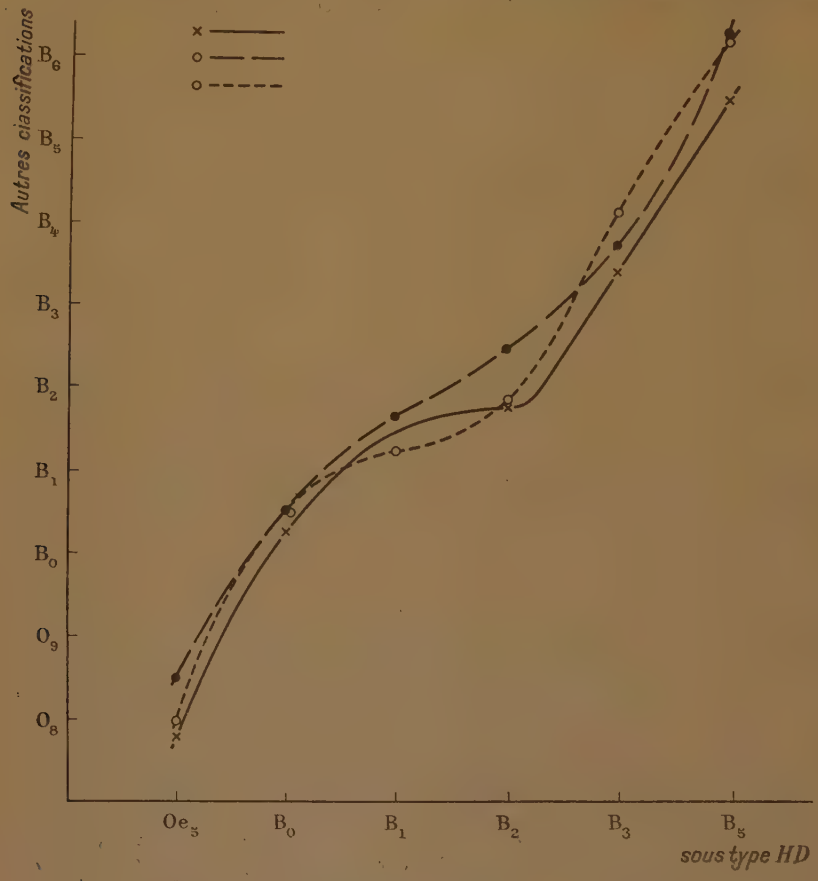


Fig. 1. — Classifications de Victoria ×
de Mt Wilson •
de Williams o
comparées à celle de Henry Draper Catalogue.

*L'absorption sélective.* — L'absorption sélective ou différentielle consiste en ce fait que la lumière des étoiles est inégalement absorbée, le bleu l'étant plus que le rouge.

L'indice de coloration d'une étoile $i_c = m_p - m_v$.

Appelons $m_p$, $m_v$, $i_c$ les valeurs observées. S'il n'y avait pas d'absorption on observerait les quantités $m'_p$, $m'_v$, $i'_c$ avec

$$i'_c = m'_p - m'_v.$$

On a :

$$m_p = m'_p + a_p \cdot r$$
$$m_v = m'_v + a_v \cdot r$$

$a_p$ : absorption photographique pour 1 000 parsecs ;
$a_v$ : absorption visuelle pour 1 000 parsecs ;
$a_d$ : absorption différentielle ;

$$m_p - m_v = m'_p - m'_v + (a_p - a_v) \cdot r,$$

($r$ : distance exprimée en $10^3$ parsecs);

$$i_c = i'_c + a_d \cdot r.$$
$$i_c - i'_c = E = \text{excès de couleur},$$
$$E = a_d \cdot r.$$

L'existence de l'absorption sélective est établie par le rougissement des étoiles éloignées et des amas, mais sa corrélation avec la distance est incertaine par suite des faibles valeurs moyennes des quantités à mesurer et de l'irrégularité de distribution de la matière produisant les excès de couleur observées. Les principaux travaux sur cette question sont les mesures photoélectriques des couleurs des étoiles par Elvey (10) et Hall (11), ainsi que les recherches photographiques sur les couleurs des étoiles par Trumpler, Seares (12), Oort (13), Schalen (14), Zug (15) et Smith (16).

L'observation des indices de couleur photoélectriques d'objets de basse latitude galactique, par conséquent situés dans la couche absorbante, a donné des valeurs beaucoup plus considérables. Nous citerons particulièrement les travaux de Stebbins, Huffer et Whitford, qui seront étudiés par nous en détail dans le chapitre suivant (17) (18) (19).

D'après les résultats de Stebbins, de relativement proches étoiles sont souvent notablement plus rouges, tandis que des objets situés à des distances d'environ 2 000 parsecs montrent un excès de couleur à peine mesurable.

**3. Irrégularité dans la distribution de la matière absorbante.** — *Les nébuleuses obscures de Barnard.* — On trouve de place en place dans la Voie Lactée des trous noirs (sacs à charbon) qui semblent être des régions vides d'étoiles. En réalité cet aspect est principalement dû au voisinage de régions très riches en étoiles et par conséquent très brillantes. Les nébuleuses obscures

de Barnard absorbent plus ou moins la lumière des étoiles qui les traversent.

La plupart des recherches sur les nuages absorbants sont basés sur des dénombrements d'étoiles par magnitudes apparentes : d'une part dans un nuage obscur $N_1(m)$ et d'autre part dans une région normale $N(m)$. Ces dénombrements donnent des éléments sur les irrégularités dans la distribution des étoiles le long de la Voie Lactée ; ils indiquent les contours des régions de faible et de forte densité stellaire, permettant ainsi de repérer et d'étudier les nuages galactiques et les nébuleuses obscures.

**4. Méthode de Wolf (20) employée pour déterminer la distance d'un nuage absorbant.** — Nous désignons par $N(m)$ le nombre d'étoiles de magnitude égale ou inférieure à $m$ par degré carré.

On porte (fig. 2) en abscisses $m$ et en ordonnées

$$\log N(m) \text{ région normale,}$$
$$\log N_1(m) \text{ région obscure.}$$

Les deux courbes sont confondues au début (les étoiles brillantes étant réparties à peu près uniformément).

La courbe $\log N_1(m)$ se détache de $\log N(m)$ et devient parallèle à cette dernière. La translation parallèle à l'axe des $m$

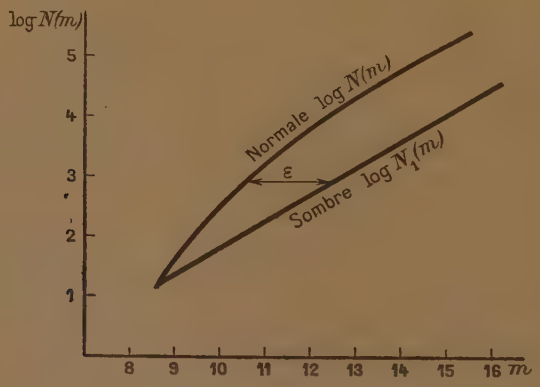


Fig. 2. — Méthode de Wolf pour déterminer la distance et l'absorption en magnitudes d'un nuage absorbant.

nécessaire pour amener les deux courbes en coïncidence nous donne l'absorption en magnitudes. Wolf adoptait pour distance du nuage « la distance moyenne » des étoiles de magnitude apparente $m$ à laquelle les dénombrements $N_1(m)$ commencent

à se trouver inférieurs aux $N(m)$ obtenus pour une région normale.

On peut également tracer les courbes de Wolf en considérant les $A(m)$ définies par $A(m) = N\left(m + \frac{1}{2}\right) - N\left(m - \frac{1}{2}\right)$.

Cette méthode est assez peu précise, car l'effet du nuage est étendu sur plusieurs magnitudes et étant donnée la dispersion considérable des magnitudes absolues $M$, on ne sait pas trop ce qu'il faut entendre par « distance moyenne » des étoiles de magnitude visuelle $m$.

Les distances obtenues sont de quelques centaines de parsecs et les absorptions atteignent plusieurs magnitudes.

Ces dénombrements ont en général l'inconvénient de ne pas tenir compte des spectres et ne peuvent que donner l'absorption totale photographique des nébuleuses.

Pour connaître la constitution des nébuleuses il nous faut connaître l'absorption pour 2 longueurs d'onde au moins, d'où la nécessité de déterminer l'absorption différentielle.

Il y a eu peu de déterminations de l'absorption différentielle pour les nuages obscurs ; les travaux effectués sur la question amènent à la conclusion que l'absorption différentielle 3950-4400 Å est environ 10 % de l'absorption photographique au voisinage de 4400 A et que l'absorption différentielle 4400-5500 Å est environ 15 à 20 % de l'absorption visuelle totale.

**5. Dimensions et nature des particules provoquant l'absorption interstellaire.** — G. Mie (21) a donné une théorie pour la diffusion et l'absorption de la lumière.

Le coefficient d'absorption dans un nuage de particules sphériques est

$$K_\lambda = N \frac{\lambda^2}{2\pi} I_m \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^\nu (a_\nu - p_\nu)$$

$N$: nombre de particules par unité de volume.

$a_\nu$ et $p_\nu$ sont fonctions de l'indice de réfraction complexe :

$$\widehat{n} = n(1 - i\chi) \qquad \chi : \text{indice d'absorption}$$

et de la quantité $\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}$, où $d$ est le diamètre des particules.

En première approximation pour de petits $\alpha$ on a :

$$K_\lambda = -N\pi^2 d^3 I_m\left(\frac{\widehat{n}^2-1}{\widehat{n}^2+2}\right)\lambda^{-1}.$$

Si le facteur est constant on a : $K_\lambda = A\lambda^{-1}$. On retrouve la loi d'absorption en $\lambda^{-1}$.

On voit immédiatement par examen de la formule que pour 2 longueurs d'ondes données $\lambda_1$ et $\lambda_2$ le rapport $K_{\lambda_1}/K_{\lambda_2}$ est indépendant de $N$; si les valeurs de $\widehat{n}$ sont connues, le rapport $K_{\lambda_1}/K_{\lambda_2}$ est fonction uniquement du diamètre des particules.

Dans les nébuleuses obscures le rapport $K_{\lambda_1}/K_{\lambda_2}$ est connu, il est égal à $a_{\lambda_1}/a_{\lambda_2}$; $a_\lambda$ étant l'absorption en magnitudes.

On pourra donc déterminer le diamètre des particules.

Schalen (22) a fait ce calcul pour des particules métalliques : fer, cuivre, nickel, zinc ; il a trouvé des valeurs de $d$ variant entre 860 et 1 200 Å. Il en conclut que l'on peut expliquer les effets de coloration observés pour les nébuleuses obscures en supposant ces dernières constituées par des particules métalliques d'environ 1 000 Å de diamètre. Les particules métalliques produisent pour une densité déterminée une absorption des millions de fois plus grandes que les gaz; le diamètre des particules étant donné, on peut alors calculer la densité des nuages obscurs, on trouve ainsi $10^{-25}$ gr cm$^{-3}$.

**6. Relation entre l'excès de couleur et les absorptions photographique et visuelle.** — L'excès de couleur d'une étoile est la différence entre l'indice de couleur observé et l'indice de couleur normal correspondant au sous-type spectral de l'étoile étudiée. Si on admet que le coefficient d'absorption sélective est inversement proportionnel à la longueur d'onde (loi en $\lambda^{-1}$), on obtient avec les longueurs d'onde de 4 250 Å et 5 290 Å qui correspondent respectivement aux systèmes des magnitudes photographiques et visuelles :

$$\frac{A_{pg}}{E} = \frac{\lambda_{pg}^{-1}}{\lambda_{pg}^{-1}-\lambda_v^{-1}} = 5{,}08 \qquad \frac{A_v}{E} = \frac{\lambda_v^{-1}}{\lambda_{pg}^{-1}-\lambda_v^{-1}} = 4{,}08.$$

Les longueurs d'onde utilisées par Stebbins, Huffer et Whitford pour la mesure de leurs indices de couleur photo-

électriques sont 4170 A et 4710 A ; celles adoptées par ces auteurs pour les magnitudes photographiques et visuelles sont respectivement 4250 Å et 5100 Å.

Les absorptions photographiques et visuelles sont donc toujours en accord avec la loi en $\lambda^{-1}$ :

$$\frac{A_{pg}}{E_1} = \frac{4250^{-1}}{4170^{-1} - 4710^{-1}} = 8{,}56 \qquad \frac{A_v}{E_1} = \frac{5100^{-1}}{4170^{-1} - 4710^{-1}} = 7{,}13.$$

La correction $\Delta m$ d'absorption visuelle serait ainsi approximativement $7\,E_1$ (il y a lieu de mentionner que l'excès de couleur $E_1$ de Stebbins, Huffer et Whitford n'est pas celui de l'échelle internationale et qu'il faut le multiplier par 1,5 environ pour le ramener à cette échelle). Or cette correction d'absorption $\Delta m = 7E_1$ est considérable ; elle correspond à un coefficient d'absorption visuelle moyen supérieur à 1 magnitude pour 1000 parsecs au voisinage du plan galactique. Si on trouve cette valeur trop élevée il faut admettre, ou bien que les excès de couleur mesurés sont trop forts, ou bien que l'absorption interstellaire ne s'effectue pas suivant une loi en $\lambda^{-1}$.

Actuellement il semble que cette loi en $\lambda^{-1}$ ne soit qu'une approximation qui s'est trouvée sensiblement vérifiée dans la région limitée du spectre utilisable sur une plaque photographique ordinaire.

Les récentes mesures photoélectriques de Stebbins et Whitford (23) étendues sur un intervalle de 7000 Å (3500-10000) ont montré d'assez grands écarts avec cette loi.

Il faudrait étendre les observations aux grandes longueurs d'onde, où l'on doit s'attendre à trouver pour le coefficient d'absorption une valeur très faible par rapport à celle qu'il a dans la région photographique.

La loi de l'absorption sélective est encore insuffisamment connue, elle doit être une fonction beaucoup moins simple de la longueur d'onde que l'on ne l'avait tout d'abord supposé.

Cette loi ne peut pas être en $\lambda^{-1}$, car on a vraisemblablement superposition : d'une absorption constante provoquée par de grosses particules, d'une loi en $\lambda^{-1}$ provoquée par des particules de 1000 A, d'autres lois correspondant à des particules de diamètres intermédiaires. On ne peut en effet admettre que

toutes les particules constituant la matière interstellaire soient d'un diamètre uniforme, mais seulement que les particules de 1 000 A sont prédominantes.

Aussi est-il à peu près sûr que la formule donnant l'absorption en magnitudes : $\Delta m = 7E_1$ adoptée par Stebbins et Huffer n'est pas valable.

Seyfert et Popper (24) trouvent les valeurs :

$$\frac{A_{pg}}{E} = 3{,}2\ ; \qquad \frac{A_{pv}}{E} = 2{,}2 \text{ à l'échelle internationale.}$$

Ils essaient de déterminer la loi d'absorption en fonction de la longueur d'onde. Ils posent $\Delta m = a + b\lambda^{-n}$ en adoptant 4 250 Å et 5 400 Å pour les longueurs d'onde photographique et photovisuelle et 3,2 pour valeur du rapport, ils obtiennent $n = 1{,}6$.

D. Barbier et D. Chalonge (25) montrent que les lois de la forme $\Delta m = a\lambda^{-p}$ ne peuvent pas convenir dans tous les cas. Ils trouvent

$$\Delta m = a\lambda^{-1} + b\lambda^{-2} + c\lambda^{-3}.$$

Le coefficient de $\lambda^{-2}$ est toujours négatif, celui de $\lambda^{-3}$ est faible. Leurs résultats donneraient approximativement :

$$\Delta m = a[\lambda^{-1} - 0{,}3\lambda^{-2}].$$

**7. Étude des excès de couleur photoélectriques de 1332 étoiles B publiés par Stebbins, Huffer et Whitford (19).** — L'étude des excès de couleur de ces étoiles a été effectuée par nous et publiée (26). Nous rappelons que nous avions pu mettre en évidence une variation de l'absorption avec la longitude galactique de l'étoile. La variation de l'excès de couleur $E$ en fonction de la longitude $l$ était représentée par la formule :

$$E = E_0 + a_1 \cos(l - l_1) + a_2 \cos 2(l - l_2).$$

Les constantes $E_0$, $a_1$, $l_1$, $a_2$, $l_2$ avaient été déterminées par la méthode des moindres carrés.

La figure 3 montre la variation de l'excès de couleur avec la longitude galactique.

La courbe I correspond aux étoiles de latitude galactique positive inférieure à + 11°.

La courbe II aux latitudes négatives comprises entre 0 et — 11°. Pour établir les courbes I et II, il n'a pas été tenu compte de la

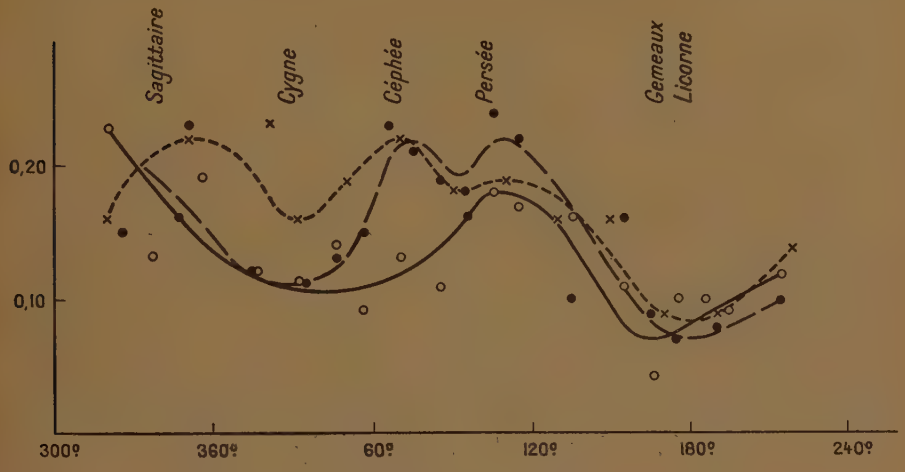


Fig. 3. — Variation de l'excès de couleur avec la longitude galactique.
I) Latitudes positives • — — —
II) Latitudes négatives o ———
III) $-5° \leqslant b \leqslant +5°$ (ramené à 1 000 parsecs) × – – – –

distance des étoiles ; mais seulement de leur magnitude apparente.

La courbe III donne les résultats de Stebbins, Huffer et Whitford (27) ; ces résultats sont obtenus en admettant que pour un certain nombre d'étoiles, l'excès de couleur moyen est proportionnel à la distance moyenne des étoiles et en ramenant cette distance moyenne à 1 000 parsecs :

$$\overline{E}_{1\,000} = \overline{E}_r \cdot \frac{1\,000}{\overline{r}}.$$

Ce dernier calcul a été fait en conservant uniquement les étoiles voisines du plan galactique dont les latitudes sont comprises entre + 5° et — 5°.

**8. Calcul du coefficient de corrélation entre l'excès de couleur et la distance.** — Les deux quantités, excès de couleur et distance, ne sont pas indépendantes, aussi nous pouvons calculer leur coefficient de corrélation.

Les distances des étoiles sont mal définies, nous considérons successivement :

1) La distance calculée d'après la formule donnée par Stebbins, Huffer et Whitford :

$$r_s = 10^{0,2(m-M-10-7E)};$$

2) La distance calculée sans tenir compte de l'absorption :

$$r_a = 10^{0,2(m-M-10)};$$

3) La distance corrigée de l'absorption donnée directement par notre table : $r_t$.

Nous déterminerons pour chaque cas :

$\overline{E}$ : excès de couleur moyen ;

$\bar{r}$ : distance moyenne (unité $10^3$ parsecs) ;

$\sigma_E$ : dispersion des excès de couleur, donnée par :

$$(\sigma_E)^2 = \frac{1}{n}\sum_1^n (E_i - \overline{E})^2 ;$$

$\sigma_r$ : dispersion des distances, donnée par :

$$(\sigma_r)^2 = \frac{1}{n}\sum_1^n (r_i - \bar{r})^2 ;$$

$n$ : nombre d'étoiles.

Le coefficient de corrélation est : $a = \dfrac{\overline{(E-\overline{E})(r-\bar{r})}}{\sigma_E \cdot \sigma_r}$, qui peut s'écrire : $a = \dfrac{\overline{E.r} - \overline{E}.\bar{r}}{\sigma_E \cdot \sigma_r}$.

Voici les résultats trouvés pour l'ensemble des étoiles comprises entre les latitudes galactiques — 11° et + 11° (920 étoiles) :

Coefficient de corrélation entre $r_s$ et $E$ :

$$\overline{E} = 0,1375 ; \quad \bar{r} = 0,863 ; \quad \sigma_E = 0,1158 ; \quad \sigma_{rs} = 0,595 ;$$
$$\overline{Er_s} = 0,1296 ;$$
$$a_s = \frac{\overline{E.r_s} - \overline{E}.\bar{r}_s}{\sigma_E \cdot \sigma_{rs}} = \frac{0,1296 - 0,1186}{0,595 \cdot 0,1158} = \frac{0,0110}{0,0689} = 0,16.$$

Coefficient de corrélation entre $r_a$ et $E$ :

$$\overline{E}=0{,}1375\,;\ \overline{r_a}=1{,}482\,;\ \sigma_E=0{,}1158\,;\ \sigma_{ra}=1{,}1446\,;\ \overline{Er_a}=0{,}2816\,;$$

$$a_a=\frac{\overline{Er_a}-\overline{E}\,.\,\overline{r_a}}{\sigma_E\,.\,\sigma_{ra}}=\frac{0{,}2816-0{,}2037}{1{,}1446\,.\,0{,}1158}=\frac{0{,}0779}{0{,}1325}=0{,}59.$$

Coefficient de corrélation entre $r_t$ et $E$ :

$$\overline{E}=0{,}1375\,;\ \overline{r_t}=1{,}15\,;\ \sigma_E=0{,}1158\,;\ \sigma_{rt}=0{,}745\,;\ \overline{Er_t}=0{,}2116\,;$$

$$a_t=\frac{\overline{Er_t}-\overline{E}\,.\,\overline{r_t}}{\sigma_E\,.\,\sigma_{rt}}=\frac{0{,}2116-0{,}1581}{0{,}745-0{,}1581}=\frac{0{,}0535}{0{,}0863}=0{,}62.$$

Le fait que le coefficient de corrélation trouvé entre $E$ et $r_s$ soit si faible, 0,16, est dû à la formule indiquée par Stebbins et Huffer, qui rapproche considérablement les étoiles dont l'excès de couleur est notable.

Devons-nous en déduire que $7E$ est une valeur trop élevée de l'absorption totale, et que la méthode de Stebbins et Huffer est à rejeter ? Les résultats, que nous avons obtenus en supprimant les étoiles qui ont de forts excès de couleur intrinsèques, confirment ce point de vue.

Nous devons à ce sujet mentionner le travail de C. K. Seyfert et D. M. Popper (24). Ces auteurs ont calculé le coefficient de corrélation entre l'excès de couleur et le module de distance. Ils ont trouvé un coefficient beaucoup plus élevé avec le module de distance apparente, qu'avec le module de distance vraie. Ils obtiennent leur module de distance vraie en retranchant du module de distance apparente la quantité : $\Delta m = 2{,}2\,E$, l'excèsde couleur étant celui de l'échelle internationale, c'est-à-dire qu'il vaut 1,5 fois celui que nous venons d'étudier. Leur $\Delta m$ correspond donc à environ la moitié de la valeur donnée par Stebbins, Huffer et Whitford.

Nous avons également cherché le coefficient de corrélation entre l'excès de couleur et la distance après avoir éliminé les 83 étoiles dont l'excès de couleur est supérieur à 0,30. Pour la zone $-11^\circ \leqslant b \leqslant +11^\circ$ il nous reste 837 étoiles.

Coefficient de corrélation entre $r_s$ et $E$ :

$$\overline{r_s}=0{,}870\,;\ \overline{r_sE}=0{,}1136\,;\ \overline{E}=0{,}1126\,;\ \sigma_{rs}=0{,}608\,;\ \sigma_E=0{,}0861\,;$$

$$a_s=\frac{0{,}1136-0{,}0980}{0{,}608\,.\,0{,}0861}=\frac{0{,}0156}{0{,}0523}=0{,}30.$$

Coefficient de corrélation entre $r_t$ et $E$ :

$$r_t = 1{,}075 ; \quad \overline{r_t E} = 0{,}1587 ; \quad \bar{E} = 0{,}1126 ; \quad \sigma_{rt} = 0{,}6929 ; \quad \sigma_E = 0{,}0861 ;$$

$$a_t = \frac{0{,}1587 - 0{,}1210}{0{,}6929 \,.\, 0{,}0861} = \frac{0{,}0377}{0{,}05966} = 0{,}63.$$

L'élimination des étoiles dont l'excès de couleur est supérieur à 0,30 a augmenté notablement la valeur du coefficient de corrélation entre $r_s$ et $E$, mais elle reste néammoins bien inférieure à celle obtenue pour le coefficient de corrélation entre $r_t$ et $E$.

En nous limitant au voisinage du plan galactique $-5° \leqslant b \leqslant +5°$ et après élimination des étoiles dont l'excès de couleur est supérieur à 0,30 nous obtenons les résultats suivants relatifs aux 590 étoiles restantes :

Coefficient de corrélation entre $r_s$ et $E$ :

$$\bar{r}_s = 0{,}945 ; \quad \overline{r_s E} = 0{,}135 ; \quad \bar{E} = 0{,}127 ; \quad \sigma_{rs} = 0{,}603 ; \quad \sigma_E = 0{,}086 ;$$

$$a_s = \frac{0{,}135 - 0{,}120}{0{,}603 \,.\, 0{,}086} = \frac{0{,}015}{0{,}0519} = 0{,}29.$$

Coefficient de corrélation entre $r_t$ et $E$ :

$$\bar{r}_t = 1{,}192 ; \quad \bar{E} = 0{,}127 ; \quad \overline{r_t E} = 0{,}1907 ; \quad \sigma_{rt} = 0{,}7108 ; \quad \sigma_E = 0{,}086 ;$$

$$a_t = \frac{0{,}1907 - 0{,}1511}{0{,}711 \,.\, 0{,}086} = \frac{0{,}0396}{0{,}0611} = 0{,}65.$$

Les coefficients de corrélation sont à peu près les mêmes que ceux obtenus ci-dessus.

Les coefficients de corrélation trouvés entre $E$ et $r_s$ sont trop faibles pour que nous puissions considérer les étoiles séparément ou par petits groupes ; il nous faut chercher les relations entre $E$ et $\bar{r}$ pour un certain nombre d'étoiles que l'on puisse classer ensemble, de même sous-type spectral par exemple. Cette relation une fois établie nous permettra d'améliorer les distances moyennes en partant des excès de couleur moyens.

Classons les étoiles par sous-types spectraux Bo, B1, B2 ..... et à l'intérieur de chaque sous-type formons la moyenne $E_m$ des excès de couleur individuels et la moyenne $\bar{r}_m$ des distances.

Voici les résultats concernant les étoiles dont la latitude galactique est comprise entre — 5° et + 5° :

| SOUS-TYPE | $\bar{E}_m$ | $\bar{r}_{m_s}$ | $\bar{r}_{m_a}$ | $\bar{r}_{m_t}$ | NOMRRE D'ÉTOILES |
|---|---|---|---|---|---|
| O.. | 0,167 | 1,15 | 1,97 | 1,50 | 49 |
| Bo.. | 0,231 | 1,33 | 2,81 | 1,94 | 127 |
| B1.. | 0,186 | 1,15 | 2,23 | 1,63 | 29 |
| B2.. | 0,177 | 1,00 | 1,76 | 1,30 | 132 |
| B3.. | 0,114 | 0,61 | 0,95 | 0,80 | 125 |
| B5.. | 0,092 | 0,64 | 0,89 | 0,76 | 120 |
| B8.. | 0,100 | 0,24 | 0,37 | 0,34 | 17 |
| cB.. | 0,239 | 1,28 | 2,76 | 1,97 | 38 |

$\bar{r}_{m_s}$ distance moyenne calculée d'après la formule de Stebbins ;

$\bar{r}_{m_a}$ » » » sans tenir compte de l'absorption ;

$\bar{r}_{m_t}$ » » » à pārtir de nos tables.

Les coefficients de corrélation trouvés entre $\bar{E}_m$ et les différents $\bar{r}_m$ sont toujours supérieurs à 0,9 ; ces valeurs élevées des coefficients de corrélation sont dues au fait que l'on opère sur des moyennes.

Le coefficient de corrélation est un peu plus élevé avec $r_m$ qu'avec $r_{m_s}$ ce qui nous confirme que les distances $r_t$ sont certainement meilleures que les $r_s$.

On peut donc représenter l'excès de couleur moyen $\bar{E}$ par une relation linéaire $\bar{E} = \alpha + \beta \bar{r}$.

Cette relation n'aura évidemment un sens que si l'on considère un nombre assez grand d'étoiles.

*Calcul des coefficients* $\alpha$ *et* $\beta$ *de la relation* $\bar{E} = \alpha + \beta \bar{r}$.

Les étoiles dont la latitude galactique est comprise entre — 5° et + 5° ont été divisées en 8 sous-types et à l'intérieur de chaque subdivision nous avons formé :

$$\bar{E} = \frac{\Sigma E}{n}, \qquad \bar{r}_s = \frac{\Sigma r_s}{n}, \qquad \bar{r}_a = \frac{\Sigma r_a}{n}, \qquad \bar{r}_t = \frac{\Sigma r_t}{n},$$

conformément au tableau ci-dessus.

Les coefficients $\alpha$ et $\beta$ de la formule ont été déterminés par la méthode des moindres carrés, en donnant aux 8 équations de départ un poids proportionnel au nombre d'étoiles renfermées

dans chacune d'elles. La méthode des moindres carrés a l'avantage de nous donner immédiatement l'erreur probable sur les coefficients.

Pour les distances $\bar{r}_s$ les coefficients sont :

$$\alpha = +0{,}006 \pm 0{,}015,$$
$$\beta = +0{,}165 \pm 0{,}015.$$

On voit que dans ce cas on peut négliger $\alpha$ vis-à-vis de $\beta$ et écrire $\bar{E} = 0{,}165\ \bar{r}_s$.

C'est une relation analogue qui a été employée par Stebbins pour ramener ses excès de couleur à une distance unité, $r_0 = (10^3$ parsecs) :

$$\bar{E}_0 = \bar{E} \cdot \frac{r_0}{r}.$$

**9. — Variation de l'excès de couleur moyen avec la latitude galactique.** — Nous avons classé les étoiles par latitude galactique en 6 zones :

$$-5^\circ \leqslant b < 0^\circ \ ; \qquad 0^\circ < b \leqslant +5^\circ \ ; \qquad -11^\circ \leqslant b < -5^\circ \ ;$$
$$5^\circ < b \leqslant 11^\circ \ ; \qquad -30^\circ \leqslant b < -11^\circ \ ; \qquad 11^\circ < b \leqslant 30^\circ.$$

Nous avons de plus utilisé pour contrôle les 2 zones $-5^\circ \leqslant b \leqslant +5^\circ$ et $-11^\circ \leqslant b \leqslant +11^\circ$ ; cette dernière zone renferme la plus grande partie des étoiles utilisées. Pour chaque zone nous avons déterminé les coefficients $\alpha$ et $\beta$ de la formule : $\bar{E} = \alpha + \beta \bar{r}_s$ (tableau $T_s$).

Les étoiles $B_e$, dont le spectre présente des raies d'émission, ont été traitées séparément, mais comme elles ne sont pas très nombreuses nous avons simplement considéré la zone $-5^\circ \leqslant b \leqslant +5^\circ$ ; le résultat ne diffère pas sensiblement de celui obtenu pour les étoiles à raies d'absorption.

La comparaison des tableaux $T_t$ et $T_s$ (p. 26-27) nous montre que les erreurs probables de $\alpha$ et $\beta$ sont nettement plus petites dans $T_t$ que dans $T_s$ ; de ce résultat nous pouvons confirmer que les distances $r_t$ obtenues à partir de nos tables sont plus exactes que les distances $r_s$ données par la formule de Stebbins, Huffer et Whitford.

Les figures 4(*S*) et 4(*T*) représentent la variation de l'excès de couleur moyen avec la latitude galactique.

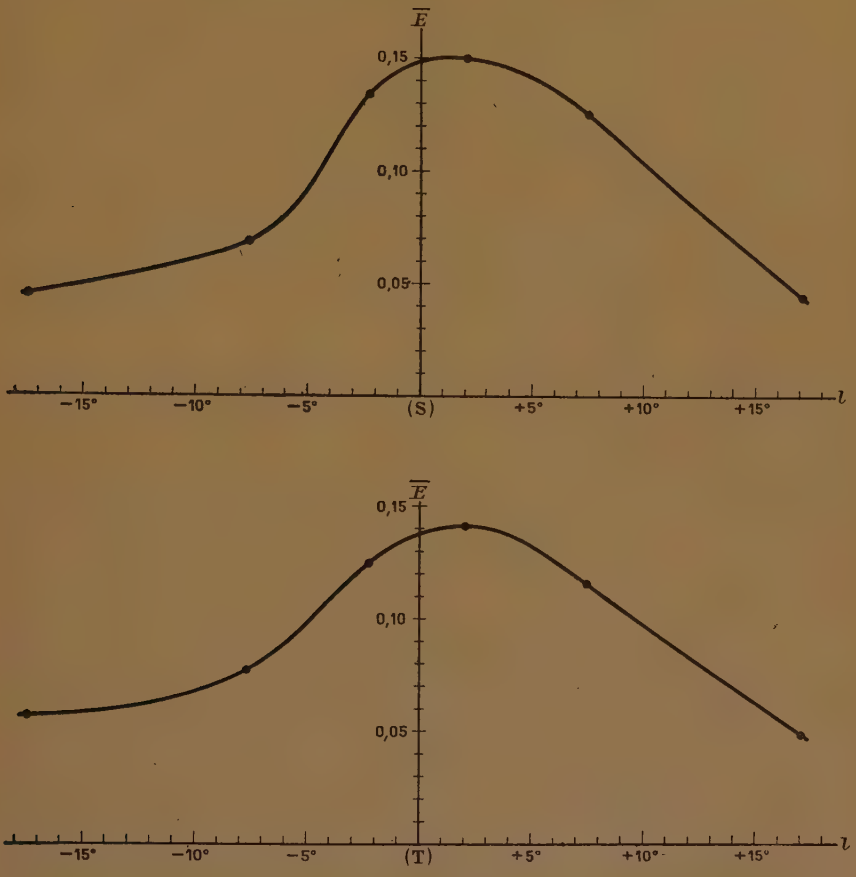


Fig. 4. — Variation de l'excès de couleur moyen avec la latitude galactique. [L'excès de couleur moyen est ramené à la distance $\overline{r}_s = 0{,}80$ dans le graphique (S), à la distance $\overline{r}_t = 1{,}00$ dans le graphique (T)]

**10. Conciliation entre les résultats expérimentaux et une formule d'absorption.** — En l'absence de toute hypothèse supplémentaire nous pouvons écrire :

$$\Delta m = kE \begin{cases} \Delta m : \text{absorption en magnitudes,} \\ E : \text{excès de couleur ;} \\ \text{la valeur de } k \text{ dépend de la loi d'absorption adoptée.} \end{cases}$$

TABLEAU $T_s$

| LIMITES DE LATITUDES | NOMBRE D'ÉTOILES | NOMBRE de SOUS-TYPES | $\bar{r}_s$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\bar{E}_{0.8}$ | $\bar{b}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| $0° < b \leqslant 5°$ | 264 | 8 | 0,90 | 0,035 $\pm$ 0,020 | 0,144 $\pm$ 0,021 | 0,150 | + 2° |
| $-5° \leqslant b < 0°$ | 373 | 8 | 0,96 | 0,012 $\pm$ 0,022 | 0,152 $\pm$ 0,022 | 0,134 | — 2°3 |
| $5° < b \leqslant 11°$ | 98 | 6 | 0,72 | — 0,069 $\pm$ 0,019 | 0,242 $\pm$ 0,025 | 0,125 | + 7°5 |
| $-11° \leqslant b < -5°$ | 132 | 6 | 0,67 | 0,036 $\pm$ 0,012 | 0,041 $\pm$ 0,016 | 0,069 | — 7°7 |
| $11° < b \leqslant 30°$ | 88 | 6 | 0,55 | 0,012 $\pm$ 0,003 | 0,040 $\pm$ 0,005 | 0,044 | + 17° |
| $-30° \leqslant b < -11°$ | 186 | 8 | 0,49 | 0,008 $\pm$ 0,010 | 0,046 $\pm$ 0,020 | 0,045 | — 17°5 |
| $-5° \leqslant b \leqslant +5°$ | 637 | 8 | 0,94 | 0,006 $\pm$ 0,015 | 0,165 $\pm$ 0,015 | 0,138 | |
| $-11° \leqslant b \leqslant +11°$ | 866 | 8 | 0,87 | — 0,007 $\pm$ 0,011 | 0,167 $\pm$ 0,011 | 0,127 | |
| Étoiles Be | | | | | | | |
| $-5° \leqslant b \leqslant +5°$ | 89 | 4 | 1,07 | 0,014 $\pm$ 0,005 | 0,172 $\pm$ 0,005 | 0,152 | |

La distance $\bar{r}_s$ moyenne est 0,78, soit en chiffre rond 0,80 (unité $10^3$ parsecs).

L'excès de couleur pour chaque zone a été ramené à la valeur correspondant à cette distance moyenne de 0,80 (colonne 7 du tableau $T_s$).

Si nous adoptons comme distance celle $\bar{r}_t$ donnée par nos tables, nous obtenons le tableau ci-dessous.

TABLEAU $T_t$

| LIMITES DE LATITUDES | NOMBRE D'ÉTOILES | NOMBRE de SOUS-TYPES | $\bar{r}_t$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\bar{E}_{1,0}$ | $\bar{b}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| $0^\circ < b \leqslant 5^\circ$ | 264 | 8 | 1,23 | 0,041 $\pm$ 0,012 | 0,101 $\pm$ 0,009 | 0,142 | $+ 2^\circ$ |
| $-5^\circ \leqslant b < 0^\circ$ | 373 | 8 | 1,31 | 0,022 $\pm$ 0,013 | 0,103 $\pm$ 0,009 | 0,125 | $- 2^\circ 3$ |
| $5^\circ < b \leqslant 11^\circ$ | 98 | 6 | 0,92 | $-$ 0,016 $\pm$ 0,011 | 0,132 $\pm$ 0,011 | 0,116 | $+ 7^\circ 5$ |
| $-11^\circ \leqslant b < -5^\circ$ | 132 | 6 | 0,74 | 0,031 $\pm$ 0,011 | 0,046 $\pm$ 0,013 | 0,077 | $- 7^\circ 7$ |
| $11^\circ < b \leqslant 30^\circ$ | 88 | 6 | 0,59 | 0,014 $\pm$ 0,008 | 0,035 $\pm$ 0,004 | 0,049 | $+ 17^\circ$ |
| $-30^\circ \leqslant b < -11^\circ$ | 186 | 8 | 0,50 | 0,002 $\pm$ 0,010 | 0,055 $\pm$ 0,020 | 0,057 | $- 17^\circ 5$ |
| $-5^\circ \leqslant b \leqslant +5^\circ$ | 637 | 8 | 1,27 | 0,027 $\pm$ 0,009 | 0,105 $\pm$ 0,007 | 0,132 | |
| $-11^\circ \leqslant b \leqslant +11^\circ$ | 866 | 8 | 1,15 | 0,014 $\pm$ 0,006 | 0,109 $\pm$ 0,005 | 0,123 | |
| Étoiles Be | | | | | | | |
| $-5^\circ \leqslant b \leqslant +5^\circ$ | 89 | 4 | 1,49 | 0,013 $\pm$ 0,011 | 0,105 $\pm$ 0,007 | 0,118 | |

La distance moyenne $\bar{r}_t$ étant 1,00, nous avons ramené les excès à la valeur correspondant à cette distance (colonne 7 du tableau $T_t$).

Si nous essayons de représenter l'absorption en fonction de la latitude par une formule gaussienne que nous établirons au paragraphe suivant,

$$\Delta m = a \int_0^r e^{-\theta(z - z_0)^2} du$$

avec $$z = u \sin b,$$

il nous faut déterminer les valeurs de $\theta$ et $z_0$ susceptibles de nous donner pour $\Delta m$ une variation semblable à celle indiquée pour $E$ par les graphiques (4).

En ce qui concerne les distances calculées par la formule de Stebbins, Huffer et Whitford, dont la valeur moyenne est $r_s = 0{,}80$, après quelques essais nous avons adopté les valeurs 121 pour $\theta$ et $+0{,}010$ pour $z_0$. Avec ces valeurs nous avons calculé $\Delta m$ pour les différentes latitudes et obtenu les résultats suivants :

| $b$ | $-20°$ | $-16°$ | $-12°$ | $-8°$ | $-4°$ | $-2°$ | $0°$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta m$ | 0,072 | 0,090 | 0,118 | 0,166 | 0,231 | 0,260 | 0,276 |
| $E$ | 0,039 | 0,049 | 0,064 | 0,090 | 0,126 | 0,141 | 0,150 |

| $b$ | $0°$ | $+2°$ | $+4°$ | $+8°$ | $+12°$ | $+16°$ | $+20°$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta m$ | 0,276 | 0,277 | 0,262 | 0,204 | 0,151 | 0,115 | 0,093 |
| $E$ | 0,150 | 0,150 | 0,143 | 0,111 | 0,082 | 0,063 | 0,051 |

Nous pouvons prendre pour la constante $k$ une valeur telle que le maximum calculé pour $\Delta m$ coïncide avec le maximum expérimental de $E$, qui a lieu pour $b$ voisin de $0°$ ; nous obtenons ainsi les valeurs indiquées dans la 3e ligne (E), qui sont représentées par la courbe théorique (Fig. 5S). Les points expérimentaux se placent assez bien sur cette courbe.

La variation de l'excès de couleur avec la latitude galactique qui découle des résultats expérimentaux est donc incompatible avec le Soleil situé au-dessus du plan galactique, mais il faut le supposer légèrement en dessous, 10 à 15 parsecs environ. Ce résultat est en contradiction avec les déterminations

que nous avons effectuées et avec les résultats de la plupart des auteurs.

Nous pouvons également voir quelles sont les valeurs de $\theta$ et

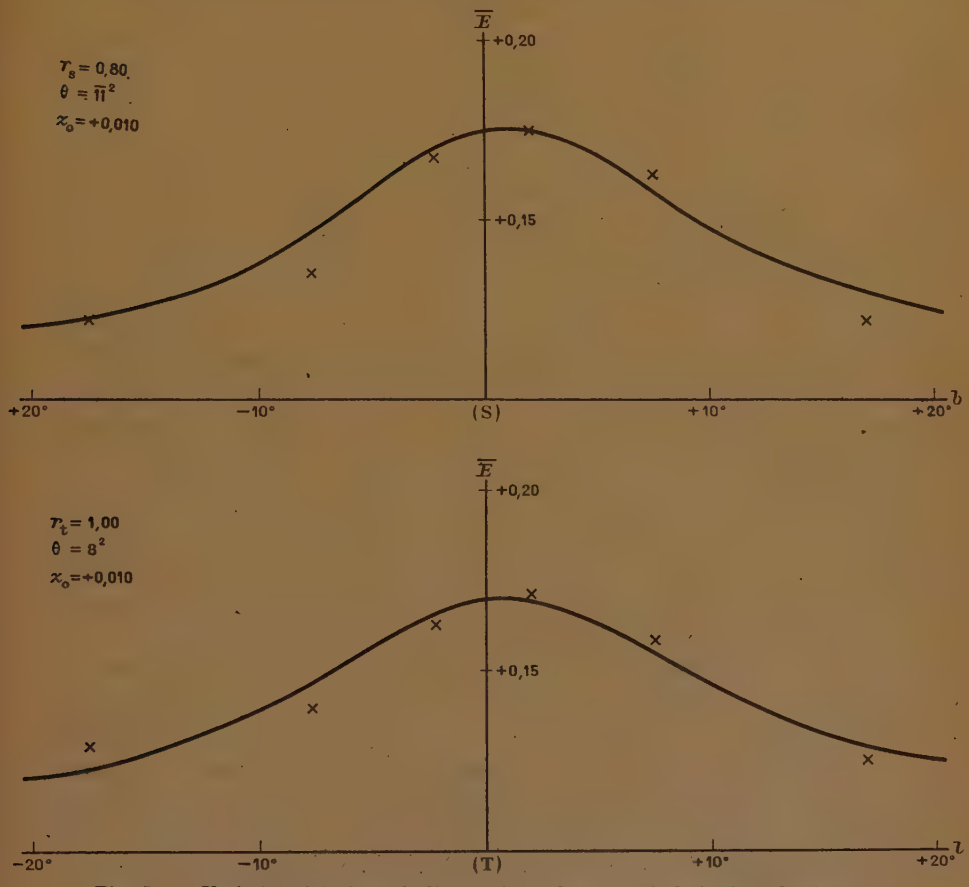


Fig. 5. — Variation théorique de l'excès de couleur avec la latitude galactique

$$\overline{E} = E_0 \int^r e^{-\theta(z-z_0)^2}.$$

Les x indiquent les valeurs expérimentales.

$z_0$ qui donneraient pour $E$ une variation semblable à celle observée, les distances étant calculées au moyen de notre table. Il est bien évident que ce deuxième résultat est tout à fait approximatif, car il y aurait lieu de calculer de nouveau les distances, les constantes $\theta$ et $z_0$ étant différentes de celles utilisées pour construire la table.

La distance moyenne est ici $\bar{r}_1 = 1{,}00$.

Les valeurs provisoires qui vérifient le mieux sont : $\theta = 64$, $z_0 = +0{,}010$ ; on obtient comme précédemment :

| $b$ | $-20°$ | $-16°$ | $-12°$ | $-8°$ | $-4°$ | $-2°$ | $0°$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta m$ | 0,103 | 0,128 | 0,167 | 0,228 | 0,302 | 0,331 | 0,350 |
| $E$ | 0,041 | 0,051 | 0,067 | 0,091 | 0,121 | 0,132 | 0,140 |

| $b$ | $0°$ | $+2°$ | $+4°$ | $+8°$ | $+12°$ | $+16°$ | $+20°$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta m$ | 0,350 | 0,346 | 0,328 | 0,264 | 0,199 | 0,153 | 0,124 |
| $E$ | 0,140 | 0,138 | 0,131 | 0,106 | 0,080 | 0,061 | 0,050 |

Nous voyons que les résultats sont approximativement les mêmes que pour $r_s$. Ils sont représentés par la courbe théorique (Fig. 5T).

Les conclusions que nous devons en tirer sont que les résultats de Stebbins, Huffer et Whitford ne peuvent s'expliquer que par une très grande valeur de $\theta$, la densité de la matière absorbante décroîtrait donc très rapidement dès que l'on s'écarte, même légèrement, du plan galactique.

Nous allons voir dans le paragraphe suivant pour quelles raisons il n'est pas possible d'adopter une aussi grande valeur de $\theta$.

**11. Étude théorique sur la distribution de la matière absorbante.** — Soit $\rho_0$ la densité de la matière absorbante au voisinage du plan galactique. Si le Soleil ne se trouve pas exactement dans le plan galactique, la densité $\rho$ au voisinage du Soleil sera plus faible que $\rho_0$.

Supposons la densité de la matière absorbante répartie suivant une loi de Gauss :

$$\rho = \rho_0 e^{-\theta\zeta^2}$$

$\zeta$ : désigne la distance de l'étoile au plan galactique vrai

$$\zeta = z - z_0 ;$$

$z$ : distance de l'étoile au plan parallèle au plan galactique mené par le Soleil ;

$z_0$ : cote du plan galactique par rapport au Soleil.

Si la densité $\rho$ était constante et égale à $\rho_0$, une étoile située à la distance $u$ subirait une absorption $au$,

$a$ : étant la constante d'absorption dans le plan galactique.

L'absorption pour un parcours $du$ où la densité est $\rho$ est :

$$a \cdot \frac{\rho}{\rho_0} du = a\, e^{-\theta(z-z_0)^2} du.$$

Pour une étoile située à la distance $r$ l'absorption sera donc :

$$\Delta m = a \int_0^r e^{-\theta(z-z_0)^2} du ;$$

$\Delta m$ est, comme $a$, exprimé en magnitudes.

Si l'étoile considérée a une magnitude visuelle apparente $m$, la magnitude que l'on observerait en l'absence d'absorption serait $m - \Delta m$.

Si $M$ est la magnitude absolue de l'étoile on a :

$$r_{\text{parsecs}} = 10^{0,2(m - \Delta m - M + 5)}.$$

Si nous conservons pour $r$ l'unité de $10^3$ parsecs,

$$r = 10^{0,2(m - \Delta m - M - 10)} = e^{K(m - \Delta m - M - 10)}$$

avec $$K = 0,461.$$

Calcul de l'intégrale :

$$\Delta m = a \int_0^r e^{-\theta(z-z_0)^2} du$$

avec $$z = u \sin b ;$$

$b$ : latitude galactique de l'étoile.

Pour calculer cette intégrale il nous faut connaître les valeurs des constantes $a$, $\theta$, $z_0$.

La valeur de $a$ est prise égale à 0,35 mag pour les magnitudes visuelles et 0,70 mag pour les magnitudes photographiques. M. Mineur (28) donne pour $\theta$ et $z_0$ des valeurs déduites de dénombrements de nébuleuses extragalactiques, qui sont $\theta = 6,14$ et $z_0 = -0,047$.

Nous venons de voir que l'étude des excès de couleur de

Stebbins, Huffer et Whitford conduit à prendre une valeur de $\theta$ beaucoup plus considérable : 100 environ ; celle de $z_0$ est mal déterminée, mais elle est positive et d'environ 10 parsecs. Par contre la détermination du pôle que nous avons effectuée nous donne une valeur très précise pour $z_0$.

En tenant compte de ces résultats nous avons adopté

$$\theta = 16 \; ; \qquad z_0 = -0{,}030.$$

Calcul de $\Delta m = a \int_0^r e^{-\theta(z - z_0)^2} du$ :

Posons : $\sqrt{\theta}(u \sin b - z_0) = v$ ;

$$\sqrt{\theta} \sin b \, du = dv \; ;$$

$$\Delta m = \frac{a}{\sqrt{\theta} \sin b} \int_{-\sqrt{\theta} z_0}^{\sqrt{\theta}(r \sin b - z_0)} e^{-v^2} dv$$

$$\Delta m = \frac{a}{\sqrt{\theta} \sin b} \left[ \int_0^{\sqrt{\theta}(r \sin b - z_0)} e^{-v^2} dv - \int_0^{-\sqrt{\theta} z_0} e^{-v^2} dv \right].$$

Avec les constantes adoptées :

$$\Delta m = \frac{0{,}35}{4 \sin b} \left[ \int_0^{4r \sin b + 0{,}120} e^{-v^2} dv - 0{,}1348 \right].$$

**12. Établissement de tables pour le calcul de l'absorption.** — Le calcul de ces tables ne présente donc aucune difficulté, il a été effectué pour toutes les valeurs de $b$ ; de degré en degré jusqu'à 10 degrés, de 2 en 2 degrés de 10 à 30° et de 5 en 5 degrés de 30 à 90°.

Nous avons considéré des valeurs de $r$ en progression arithmétique de raison 0,1 et nous avons poursuivi la table jusqu'à $r = 5{,}0$.

Une fois $\Delta m$ obtenu on a : $L = m - M = 5 \log_{10} r + 10 + \Delta m$.

En inversant cette table, on obtient une table donnant $r$ en fonction de $L$ pour des valeurs de $L$ en progression arithmétique de raison 0,1 et toujours pour les différentes latitudes.

La quantité $L$ est directement accessible à l'observation, $b$ est toujours connu ; les tables donnent la distance vraie si l'on admet la loi d'absorption établie au début de ce chapitre.

Ces tables ont été dressées pour les latitudes positives et négatives, et en magnitudes visuelles et photographiques.

Nous pouvons être amenés à modifier les valeurs des constantes que nous avons adoptées ; il nous faut calculer les corrections à apporter dans ce cas aux distances.

*Variation de la valeur de la constante d'absorption a :*

Soit $a + \delta a$ la nouvelle valeur adoptée.

La distance corrigée de l'absorption sera alors : $r + \frac{\partial r}{\partial a}\delta a$.

Calcul de $\frac{\partial r}{\partial a}$:

On a toujours : $\Delta m = a \int^{r} e^{-\theta(u \sin b - z_0)^2} du$

avec $r = e^{K(m + \Delta m - M - 10)}$ $K = 0{,}4605$

$$\frac{\partial r}{\partial a} = e^{K(m - \Delta m - M - 10)}\left(-K\frac{\partial(\Delta m)}{\partial a}\right) = -Kr\frac{\Delta m}{a}$$

La table donnant $\frac{\partial r}{\partial a}$ s'obtiendra donc très facilement en partant de $\Delta m$ déjà calculée.

*Variation de la valeur de la constante $\theta$ fixant la décroissance de la densité de la matière absorbante.*

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = -rK\frac{\partial \Delta m}{\partial \theta} = +Kra\int_0^r (z - z_0)^2 e^{-\theta(z - z_0)^2} du.$$

Calcul de cette quantité :

Posons $\sqrt{\theta}(u \sin b - z_0) = v$

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = Kra\frac{1}{\theta\sqrt{\theta}\sin b}\int_{-\sqrt{\theta}z_0}^{\sqrt{\theta}r(\sin b - z_0)} v^2 e^{-v^2} dv$$

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{Kra}{2\theta\sqrt{\theta}\sin b}\left[\int_{-\sqrt{\theta}z_0}^{\sqrt{\theta}(r\sin b - z_0)} e^{-v^2} dv - \left[v e^{-v^2}\right]_{-\sqrt{\theta}z_0}^{\sqrt{\theta}(r\sin b - z_0)}\right]$$

$$= \frac{Kr}{2\theta}\left[\Delta m - \frac{a}{\sqrt{\theta}\sin b}\left[v e^{-v^2}\right]_{-\sqrt{\theta}z_0}^{\sqrt{\theta}(r\sin b - z_0)}\right].$$

La table donnant $\frac{\partial r}{\partial \theta}$ s'obtiendra donc au moyen des $\Delta m$ déjà calculés et d'une table de $x e^{-x^2}$.

*Variation de la cote $z_0$ du Soleil au-dessus du plan galactique.*
La comparaison des tables établies pour les latitudes négatives à celles établies pour les latitudes positives nous montre son influence. On a :

$$\frac{\partial r}{\partial z_0} = -Kr\frac{\partial \Delta m}{\partial z_0}$$

$$\frac{\partial \Delta m}{\partial z_0} = a\int_0^r 2\theta(z - z_0)\,e^{-\theta(z-z_0)^2}\,du$$

$$\frac{\partial r}{\partial z_0} = -2Kra\,\theta\int_0^r (u\sin b - z_0)\,e^{-\theta(u\sin b - z_0)^2}\,du$$

$$\sqrt{\theta}(u\sin b - z_0) = v$$

$$\frac{\partial r}{\partial z_0} = -\frac{2Kra\,\theta}{\sqrt{\theta}\sin b}\int_{-\sqrt{\theta}z_0}^{\sqrt{\theta}(r\sin b - z_0)} \frac{v}{\sqrt{\theta}}\,e^{-v^2}\,dv$$

$$\frac{\partial r}{\partial z_0} = \frac{Kra}{\sin b}\left[e^{-v^2}\right]_{-\sqrt{\theta}z_0}^{\sqrt{\theta}(r\sin b - z_0)}$$

*Cas où la magnitude absolue M doit subir une correction $\delta M$.*
La distance devient : $r + \frac{\partial r}{\partial M}\delta M$.
On a :

$$\frac{\partial r}{\partial M} = -rK\left(1 + \frac{\partial \Delta m}{\partial M}\right) = -rK\left[1 + \frac{\partial \Delta m}{\partial r}\cdot\frac{\partial r}{\partial M}\right]$$

$$\frac{\partial r}{\partial M} = -rK\left[1 + a\,e^{-\theta(z-z_0)^2}\frac{\partial r}{\partial M}\right]$$

$$\frac{\partial r}{\partial M} = \frac{-Kr}{1 + arK\,e^{-\theta(z-z_0)^2}}$$

Si la distance $r$ d'une étoile a été calculée en partant des quantités $M$, $a$, $\theta$, $z_0$ et que ces quantités aient subi des corrections $\delta M$, $\delta a$, $\delta\theta$, $\delta z_0$, la distance $r$ devient :

$$r = r_{\text{calc.}} + \frac{\partial r}{\partial M}\delta M + \frac{\partial r}{\partial a}\delta a + \frac{\partial r}{\partial \theta}\delta\theta + \frac{\partial r}{\partial z_0}\delta z_0.$$

*Utilisation et avantage de nos tables.*
En l'absence de tables le calcul d'une distance stellaire corrigée de l'absorption nécessite un assez long calcul qui devra être effectué par approximations successives, alors que les tables

donnent immédiatement ce résultat à partir de $L = m - M$ et de $b$ : latitude galactique de l'étoile. De plus, les tables des dérivées de $r$ par rapport aux constantes permettent de calculer les distances, corrigées de l'absorption, la loi d'absorption étant toujours gaussienne, mais les valeurs de $M$, $a$ ; $\theta$, $z_0$ peuvent subir des corrections assez notables. En particulier il nous est possible d'utiliser nos tables pour des valeurs de l'absorption comprises entre 0,15 magnitude et 1,2 magnitude environ pour 1 000 parsecs, ce qui est suffisant pour permettre de tenir compte de la variation du coefficient d'absorption avec la longitude galactique de l'étoile. Cette méthode de calcul est à la fois plus précise et plus rapide que celle que nous avions indiquée dans un précédent mémoire.

**13. Comparaison entre les résultats tirés de notre table et ceux donnés par une couche de densité uniforme répartie entre 2 plans parallèles.** — Si nous supposons la couche de densité uniforme et absorbant 0,35 mag par kiloparsec (le Soleil se trouvant à 30 parsecs au-dessus du plan galactique), l'absorption pôle à pôle qui correspond à notre table est 0,155 mag ; soit 0,067 mag pour l'hémisphère nord et 0,088 mag pour l'hémisphère sud. La différence 0,021 mag correspondant à un parcours de 60 parsecs.

L'épaisseur de la couche absorbante (Fig. 6) serait ainsi de 440

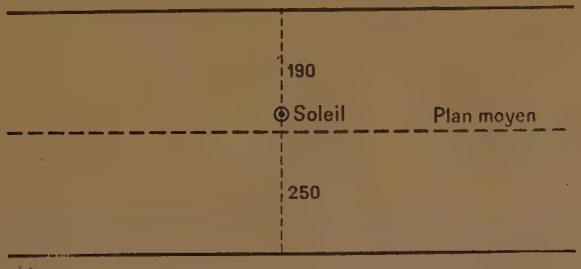


Fig. 6. — Épaisseur de la couche, supposée de densité uniforme, qui donnerait les résultats les plus voisins de nos tables.

parsecs, soit 190 pour l'hémisphère nord et 250 pour l'hémisphère sud.

Pour une couche de cette épaisseur et des étoiles situées à 1 000 parsecs l'absorption serait constante pour des latitudes galactiques comprises entre + 11° et — 14° ; pour des étoiles situées à 2 000 parsecs cette absorption serait constante entre + 5° et — 7°. Or ces résultats sont en opposition avec les moyennes expéri-

mentales, qui montrent une décroissance très nette de l'absorption dès que l'on s'écarte du plan galactique. Il n'est donc pas possible de représenter la distribution de la matière absorbante par une couche de densité uniforme, seule une densité décroissant avec la latitude galactique est capable de donner une représentation acceptable.

Le tableau ci-dessous donne la comparaison de l'absorption $\Delta m$(t) donnée par notre table, avec celle $\Delta m$(u) calculée en supposant la couche absorbante de densité uniforme.

| ÉTOILES SITUÉES A 1 000 PARSECS | | | ÉTOILES SITUÉES A 2 000 PARSECS | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | $\Delta m$(t) | $\Delta m$(u) | $b$ | $\Delta m$(t) | $\Delta m$(u) |
| — 90° | 0,088 | 0,088 | — 90° | 0,088 | 0,088 |
| — 60° | 0,102 | 0,101 | — 60° | 0,102 | 0,101 |
| — 30° | 0,175 | 0,176 | — 30° | 0,176 | 0,176 |
| — 20° | 0,240 | 0,257 | — 20° | 0,257 | 0,257 |
| — 15° | 0,280 | 0,340 | — 15° | 0,300 | 0,337 |
| — 10° | 0,321 | 0,35 | — 10° | 0,478 | 0,507 |
| — 5° | 0,346 | 0,35 | — 5° | 0,641 | 0,70 |
| 0° | 0,345 | 0,35 | 0° | 0,690 | 0,70 |
| + 5° | 0,319 | 0,35 | + 5° | 0,549 | 0,70 |
| + 10° | 0,275 | 0,35 | + 10° | 0,372 | 0,386 |
| + 15° | 0,228 | 0,256 | | | |
| + 20° | 0,188 | 0,196 | + 20° | 0,196 | 0,196 |
| + 30° | 0,134 | 0,134 | + 30° | 0,134 | 0,134 |
| + 60° | 0,077 | 0,077 | + 60° | 0,077 | 0,077 |
| + 90° | 0,067 | 0,067 | + 90° | 0,067 | 0,067 |

On voit que l'absorption ne peut être représentée correctement par une couche de densité uniforme que pour des étoiles suffisamment éloignées du plan galactique.

## CHAPITRE II

## POSITION PRÉCISE DU PÔLE GALACTIQUE

La détermination du plan de condensation des étoiles à hélium présente une importance capitale pour les recherches ultérieures et en particulier pour l'étude de la distribution de la matière absorbante.

La cote du Soleil par rapport au plan moyen de la matière absorbante est indispensable pour étudier la dispersion de celle-ci par rapport à ce plan.

Les étoiles à hélium qui sont parmi les plus éloignées et fortement concentrées dans le plan galactique se prêtent particulièrement bien à une nouvelle détermination de ce plan. La méthode employée est semblable à celle indiquée par M. H. Mineur à propos des Céphéides (29).

Cette méthode nécessite de connaître les distances individuelles des étoiles, mais ces distances n'ont pas besoin d'être connues avec une grande précision et une erreur assez notable sur les distances n'entraîne qu'une correction très faible sur la position du pôle galactique.

La valeur trouvée ne sera correcte, pour une catégorie d'astres déterminée, que si l'on est sûr d'avoir utilisé toutes les étoiles jusqu'à la magnitude fixée. Pour cette raison nous nous sommes arrêté à la magnitude visuelle 8,25, le *Henry Draper Catalogue* étant considéré comme complet jusqu'à cette magnitude.

Il n'est pas possible de pousser l'investigation plus profondément dans la Voie Lactée ; bien qu'il existe de nombreuses étoiles B de magnitude 9 et 10 pour lesquelles on connaît le sous-type spectral, ces étoiles ne couvrent pas les diverses régions du ciel, elles se trouvent principalement dans la région du Cygne pour l'hémisphère Nord, de la Carène pour l'hémisphère Sud et l'introduction de ces étoiles dans notre statistique fausserait les résultats.

**14. Matériel et méthode.** — Le matériel que nous avons utilisé comprend toutes les étoiles du *Henry Draper Catalogue* de type O et Bo à B5 plus brillantes que la magnitude visuelle 8,25.

Les sous-types spectraux que nous conservons sont ceux qui correspondent aux nouvelles déterminations ; nous avons pris une valeur moyenne lorsque les déterminations les plus récentes ne sont pas concordantes.

En ce qui concerne les magnitudes, particulièrement pour l'hémisphère Sud, les valeurs données par le *Henry Draper Catalogue* ne sont pas correctes, celles de San Luis (3o) en diffèrent notablement, nous avons adopté pour magnitude la moyenne :

$$m = \frac{m_{SL} + m_{HD}}{2}.$$

Nous avons calculé les distances provisoires de ces étoiles en adoptant une magnitude absolue $M$ en fonction du sous-type spectral et ayant les valeurs suivantes :

| Sous-type | cB | O | Bo | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $M$ | $-5,5$ | $-4,5$ | $-3,9$ | $-3,6$ | $-3,0$ | $-2,2$ | $-1,9$ | $-1,6$ |

Ces valeurs sont celles indiquées par Stebbins, Huffer et Whitford dans leur mémoire (19).

Nous avons calculé les distances en tenant compte de l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire directement au moyen de nos tables (voir chapitre I).

Les coordonnées galactiques $l$ et $b$ ont été calculées pour chaque étoile à 0°,05 près par interpolation double au moyen des tables d'Ohlsson (31). Ces coordonnées sont rapportées au pôle :

$$\alpha = 12\text{ h }40\text{ m} ; \qquad \delta = +28°,0 ; \qquad 1900,0.$$

Connaissant $l$ et $b$ nous en déduisons les coordonnées $x$, $y$, $z$ de chaque étoile par rapport à 3 axes galactiques :

$$x = r\cos l\cos b ; \qquad y = r\sin l\cos b ; \qquad z = r\sin b.$$

**15. Détermination du plan moyen des étoiles à hélium.** — Soit $u'x + v'y + t'z + h' = 0$, l'équation du plan moyen des étoiles à hélium ; $u'$, $v'$, $t'$ sont les coefficients de direction des normales de ce plan. Si $l_0$ et $b_0$ désignent les coordonnées galactiques du nouveau pôle rapportées à celui d'Ohlsson, nous avons :

$$u' = \cos l_0 \cos b_0,$$
$$v' = \sin l_0 \cos b_0,$$
$$t' = \sin b_0.$$

Le nouveau pôle différant assez peu de celui d'Ohlsson $b_0$ sera toujours assez voisin de 90°, $t$ sera donc voisin de 1.

L'équation du plan s'écrit $\frac{u'}{t'}x+\frac{v'}{t'}y+z+\frac{h'}{t'}=0$, soit :

$$(E) \qquad z=ux+vy+w,$$

avec

$$u=-\frac{u'}{t'};$$

$$v=-\frac{v'}{t'};$$

$$w=-\frac{h'}{t'}.$$

Chaque étoile donne une équation (E).

Nous obtenons $u$, $v$, $w$, en résolvant par la méthode des moindres carrés l'ensemble des équations (E).

**16. Détermination des coordonnées $l_0$ et $b_0$ et des erreurs moyennes sur ces quantités, à partir de $u$ et $v$.** — Les coordonnées $l_0$, $b_0$ du pôle galactique des étoiles à hélium par rapport à celui d'Ohlsson sont données par :

$$u=-\cos l_0 \operatorname{cotg} b_0,$$
$$v=-\sin l_0 \operatorname{cotg} b_0.$$

$-w\sin b_0$ est la cote du Soleil au-dessus du plan galactique.

On a:

$$\operatorname{tg} l_0=\frac{v}{u}, \qquad \operatorname{cotg} b_0=(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}};$$

on détermine $l_0$ sans ambiguïté en considérant les signes de $\sin l_0$ et $\cos l_0$ ; $\operatorname{cotg} b_0$ est toujours positif, $b_0$ reste d'ailleurs assez voisin de 90°.

**Calcul des erreurs moyennes sur $l_0$ et $b_0$.**

On a :

$$l_0=\operatorname{arctg}\frac{v}{u}.$$

L'erreur moyenne sur $l_0$, exprimée en degrés, est :

$$\varepsilon l_0=57{,}3 \qquad \frac{(v^2\varepsilon u^2+u^2\varepsilon v^2)^{\frac{1}{2}}}{v^2+u^2},$$

De même $\qquad b_0=\operatorname{arc\,cotg}(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}.$

En exprimant $\varepsilon b_0$ en degrés on a :

$$\varepsilon b_0 = 57{,}3 \frac{(u^2 \varepsilon u^2 + v^2 \varepsilon v^2)}{(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}(1+u^2+v^2)}.$$

J'ai déterminé le pôle galactique des étoiles B en les classant par sous-type spectral et en les divisant par tranches de distances (unité de distance $10^3$ parsecs), je n'ai conservé que les étoiles pas trop éloignées du plan galactique, celles dont la distance $z$ à ce plan était supérieure à 300 parsecs ont été éliminées.

*Etoiles supergéantes.* — Ces étoiles désignées par cB ont été tirées du catalogue de Payne (32) et du mémoire de Stebbins et Huffer (19); ces étoiles sont les plus éloignées, donc les plus intéressantes, mais malheureusement elles ne sont pas très nombreuses.

Etoiles c (78)

$u = -0{,}0270 \pm 0{,}0069$ ;
$v = +0{,}0082 \pm 0{,}0050$ ;
$w = -0{,}0416 \pm 0{,}0080$ ;

$r = 1{,}75$

$l_0 = 345° \pm 11°$ $\quad$ $\alpha = 191°7 \pm 0°5$
$b_0 = 88°4 \pm 0°4$ $\quad$ $\delta = 27°5 \pm 0°3$

Cette valeur est très voisine de celle obtenue par Mr H. Mineur concernant les céphéides (29).

**17. Résultats obtenus pour les différentes catégories étudiées.** — Voici le résumé des résultats, les étoiles étant groupées par tranches de distances.

1) Étoiles à grande distance : cB, O, Bo, B1.

$u = -0{,}00921 \pm 0{,}0037$
$\bar{r} = 1{,}41$ $\quad$ $v = +0{,}00895 \pm 0{,}0029$
412 étoiles $\quad$ $w = -0{,}0181 \pm 0{,}0035$

$l_0 = 315°8 \pm 15°$ $\quad$ $\alpha = 190°6 \pm 0°2$
$b_0 = 89°3 \pm 0°2$ $\quad$ $\delta = 27°5 \pm 0°2$

2) Etoiles assez éloignées B2, B3, B4, B5 ; $r > 0{,}6$.

$u = +0{,}0090 \pm 0{,}0044$
$\bar{r} = 0{,}83$ $\quad$ $v = +0{,}0102 \pm 0{,}0041$
647 étoiles $\quad$ $w = -0{,}0235 \pm 0{,}0025$

$l_0 = 228°5 \pm 18°$ $\quad$ $\alpha = 189°4 \pm 0°3$
$b_0 = 89°2 \pm 0°2$ $\quad$ $\delta = 27°4 \pm 0°2$

3) Étoiles assez proches: B2, B3, B4, B5; $0{,}3 < r < 0{,}6$.

$\bar{r} = 0{,}46$ — 582 étoiles

$u = +0{,}0571 \pm 0{,}0070$
$v = -0{,}0129 \pm 0{,}0072$
$w = -0{,}0267 \pm 0{,}0023$

$l_0 = 167°3 \pm 7°$ $\quad \alpha = 186°3 \pm 0°5$
$b_0 = 86°7 \pm 0°4$ $\quad \delta = 28°7 \pm 0°4$

4) Étoiles proches: B2, B3, B4, B5: $0{,}1 < r < 0{,}3$.

$\bar{r} = 0{,}22$ — 296 étoiles

$u = +0{,}1010 \pm 0{,}0145$
$v = -0{,}0981 \pm 0{,}0147$
$w = -0{,}0135 \pm 0{,}0023$

$l_0 = 151°7 \pm 4°$ $\quad \alpha = 177°7 \pm 0°9$
$b_0 = 78°3 \pm 0°8$ $\quad \delta = 33°0 \pm 0°8$

Ces 4 résultats nous montrent très nettement la variation de

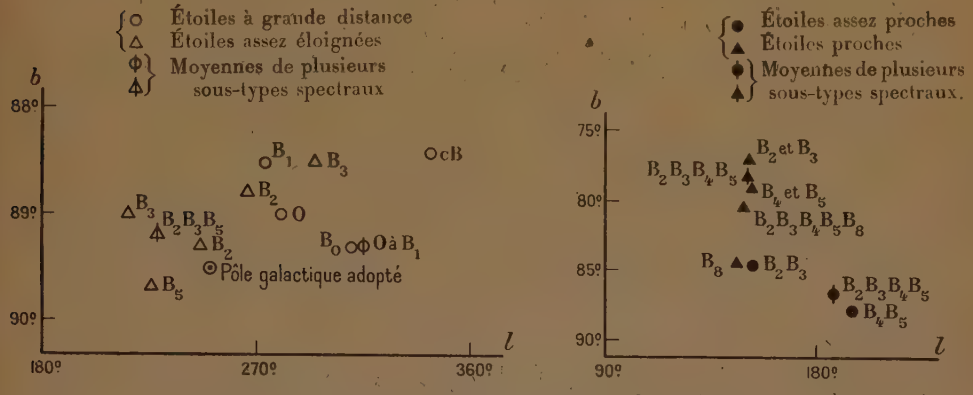


Fig. 7. — Variation de la position du pôle galactique avec la distance des étoiles considérées (coordonnées galactiques).

la position du pôle lorsqu'on s'adresse à des astres de plus en plus rapprochés.

Le tableau qui occupe les pages suivantes donne toutes les déterminations que nous avons effectuées.

L'examen des tables et graphiques (Fig. 7, 8, 9, 10)

| CATÉGORIE | NOMBRE D'ÉTOILES | TRANCHES DE DISTANCE et particularités | DISTANCE MOYENNE $\overline{r}$ | $u$ | $v$ | $w$ | $l_o$ | $b_o$ | $\alpha$ | $\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Étoiles c. | 78 | $r > 0,6$ | 1,75 | $-0,0270$<br>$\pm 0,0069$ | $+0,0082$<br>$\pm 0,0050$ | $-0,0416$<br>$\pm 0,0080$ | 343°<br>$+ 11°$ | 88°4<br>$\pm 0°4$ | 191°7<br>$\pm 0°5$ | 27°5<br>$\pm 0°3$ |
| Étoiles O. | 106 | $r > 0,6$ | 1,41 | $-0,00301$<br>$\pm 0,0069$ | $+0,0176$<br>$\pm 0,0058$ | $-0,0250$<br>$\pm 0,0063$ | 280°<br>$\pm 19°$ | 89°0<br>$\pm 0°3$ | 190°2<br>$\pm 0°4$ | 27°0<br>$\pm 0°3$ |
| Étoiles Bo. | 173 | $r > 0,6$ | 1,39 | $-0,00814$<br>$\pm 0,0069$ | $+0,00971$<br>$\pm 0,0052$ | $-0,00050$<br>$\pm 0,0063$ | 310°<br>$\pm 28°$ | 89°3<br>$\pm 0°3$ | 190°5<br>$\pm 0°5$ | 27°5<br>$\pm 0°3$ |
| Étoiles B1. | 55 | $r > 0,6$ | 1,00 | $-0,00144$<br>$\pm 0,0123$ | $+0,0260$<br>$\pm 0,0102$ | $-0,0321$<br>$\pm 0,0085$ | 273°2<br>$\pm 27°$ | 88°5<br>$\pm 0°6$ | 190°1<br>$\pm 0°8$ | 26°5<br>$\pm 0°6$ |
| Étoiles O à B1. | 412 | $r > 0,6$ | 1,41 | $-0,00921$<br>$\pm 0,0037$ | $+0,00895$<br>$\pm 0,0029$ | $-0,01814$<br>$\pm 0,0035$ | 315°8<br>$\pm 15°$ | 89°3<br>$\pm 0°2$ | 190°6<br>$\pm 0°24$ | 27°5<br>$\pm 0°17$ |
| Étoiles B2. | 166 | $r > 0,6$ | 0,99 | $+0,00489$<br>$\pm 0,0065$ | $+0,0107$<br>$\pm 0,0058$ | $-0,0108$<br>$\pm 0,0044$ | 245°5<br>$\pm 31°$ | 89°3<br>$\pm 0°3$ | 189°5<br>$\pm 0°4$ | 27°4<br>$\pm 0°3$ |
| Étoiles B2. | 160 | $r > 0,6$<br>$\lvert z \rvert < 200$ pars.<br>6 ét. élim. | | $+0,00188$<br>$\pm 0,0057$ | $+0,0210$<br>$\pm 0,0052$ | $-0,0053$<br>$\pm 0,0039$ | 264°9<br>$\pm 16°$ | 88°8<br>$\pm 0°3$ | 189°9<br>$\pm 0°4$ | 26°8<br>$\pm 0°3$ |
| Étoiles B3. | 259 | $r > 0,6$ | 0,82 | $+0,0151$<br>$\pm 0,0177$ | $+0,0102$<br>$\pm 0,0067$ | $-0,0278$<br>$\pm 0,0042$ | 214°<br>$\pm 22°$ | 89°0<br>$\pm 0°4$ | 189°1<br>$\pm 0°5$ | 27°5<br>$\pm 0°4$ |
| Étoiles B3. | 235 | $r > 0,6$<br>$\lvert z \rvert < 200$ pars.<br>24 ét. élim. | | $-0,0103$<br>$\pm 0,0062$ | $+0,0234$<br>$\pm 0,0052$ | $-0,0140$<br>$\pm 0,0033$ | 294°<br>$\pm 14°$ | 88°5<br>$\pm 0°3$ | 190°7<br>$\pm 0°4$ | 26°6<br>$\pm 0°3$ |
| Étoiles B5. | 222 | $r > 0,6$ | 0,72 | $+0,00320$<br>$\pm 0,0084$ | $+0,00332$<br>$\pm 0,0069$ | $-0,0285$<br>$\pm 0,0044$ | 226°<br>$\pm 106°$ | 89°7<br>$\pm 0°5$ | 189°8<br>$\pm 0°5$ | 27°8<br>$\pm 0°5$ |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Étoiles B2, B3, B4, B5. | 647 | $r > 0,60$ | 0,827 | $+0,0090 \pm 0,0044$ | $+0,0102 \pm 0,0041$ | $-0,0236 \pm 0,0025$ | $228^{\circ}5 \pm 18^{\circ}$ | $89^{\circ}2 \pm 0^{\circ}2$ | $189^{\circ}4 \pm 0^{\circ}3$ | $27^{\circ}4 \pm 0^{\circ}2$ |
| Étoiles O à B5. . . . | 1059 | $r > 0,60$ | 1,056 | $-0,00235 \pm 0,0031$ | $+0,00951 \pm 0,0026$ | $-0,0222 \pm 0,0023$ | $284^{\circ} \pm 18^{\circ}$ | $89^{\circ}5 \pm 0^{\circ}15$ | $190^{\circ}0 \pm 0^{\circ}20$ | $27^{\circ}5 \pm 0^{\circ}15$ |
| Étoiles B2 et B3. . . . | 266 | $0,3 < r \leqslant 0,6$ | 0,46 | $+0,0829 \pm 0,0096$ | $-0,0419 \pm 0,0100$ | $-0,0284 \pm 0,0032$ | $153^{\circ}2 \pm 6^{\circ}$ | $84^{\circ}7 \pm 0^{\circ}6$ | $184^{\circ}6 \pm 0^{\circ}5$ | $30^{\circ}3 \pm 0^{\circ}6$ |
| Étoiles B4 et B5. . . . | 316 | $0,3 < r \leqslant 0,6$ | 0,46 | $+0,0357 \pm 0,0101$ | $+0,00974 \pm 0,0101$ | $-0,0246 \pm 0,0033$ | $195^{\circ}3 \pm 16^{\circ}$ | $87^{\circ}9 \pm 0^{\circ}6$ | $187^{\circ}7 \pm 0^{\circ}6$ | $27^{\circ}5 \pm 0^{\circ}6$ |
| Étoiles B2, B3, B4, B5. | 582 | $0,3 < r \leqslant 0,6$ | 0,46 | $+0,0571 \pm 0,0070$ | $-0,0129 \pm 0,0072$ | $-0,0267 \pm 0,0023$ | $167^{\circ}3 \pm 7^{\circ}$ | $86^{\circ}7 \pm 0^{\circ}4$ | $186^{\circ}3 \pm 0^{\circ}4$ | $28^{\circ}7 \pm 0^{\circ}4$ |
| Étoiles O à B5. . . . | 1641 | $r > 0,30$ | 0,85 | $+0,0032 \pm 0,0024$ | $+0,0087 \pm 0,0021$ | $-0,0250 \pm 0,0015$ | $249^{\circ}7 \pm 15^{\circ}$ | $89^{\circ}5 \pm 0^{\circ}12$ | $189^{\circ}8 \pm 0^{\circ}16$ | $27^{\circ}5 \pm 0^{\circ}12$ |
| Étoiles B2 et B3. . . . | 161 | $0,1 < r \leqslant 0,3$ | 0,23 | $+0,2020 \pm 0,0144$ | $-0,1057 \pm 0,0144$ | $-0,0046 \pm 0,0024$ | $152^{\circ}4 \pm 4^{\circ}$ | $77^{\circ}2 \pm 0^{\circ}8$ | $176^{\circ}5 \pm 0^{\circ}9$ | $33^{\circ}3 \pm 0^{\circ}8$ |
| Étoiles B4 et B5. . . . | 135 | $0,1 < r \leqslant 0,3$ | 0,21 | $+0,1686 \pm 0,0277$ | $-0,0880 \pm 0,0284$ | $-0,0231 \pm 0,0041$ | $152^{\circ}5 \pm 9^{\circ}$ | $79^{\circ}2 \pm 1^{\circ}6$ | $179^{\circ}0 \pm 1^{\circ}8$ | $32^{\circ}4 \pm 1^{\circ}6$ |
| Étoiles B2, B3, B4, B5. | 296 | $0,1 < r \leqslant 0,3$ | 0,22 | $+0,1818 \pm 0,0145$ | $-0,0981 \pm 0,0147$ | $-0,0135 \pm 0,0023$ | $151^{\circ}7 \pm 4^{\circ}$ | $78^{\circ}3 \pm 0^{\circ}8$ | $177^{\circ}7 \pm 0^{\circ}9$ | $33^{\circ} \pm 0^{\circ}8$ |
| Étoiles B8. . | 183 | $0,1 < r \leqslant 0,3$ | | $+0,0786 \pm 0,0298$ | $-0,0527 \pm 0,0264$ | $-0,0282 \pm 0,0035$ | $146^{\circ}2 \pm 17^{\circ}$ | $84^{\circ}6 \pm 1^{\circ}7$ | $184^{\circ}8 \pm 1^{\circ}9$ | $30^{\circ}9 \pm 1^{\circ}5$ |
| Étoiles B1, B3, B4, B5, B8. | 479 | $0,1 < r \leqslant 0,3$ | | $+0,1436 \pm 0,0136$ | $-0,0856 \pm 0,0134$ | $-0,0202 \pm 0,0020$ | $149^{\circ}2 \pm 5^{\circ}$ | $80^{\circ}5 \pm 0^{\circ}8$ | $180^{\circ}3 \pm 0^{\circ}8$ | $32^{\circ}5 \pm 0^{\circ}8$ |
| Étoiles O à B5. . . . | 1937 | $r > 0,1$ | | $+0,00486 \pm 0,0023$ | $+0,00818 \pm 0,0020$ | $-0,0234 \pm 0,0013$ | $239^{\circ}2 \pm 13^{\circ}$ | $89^{\circ}5 \pm 0^{\circ}12$ | $189^{\circ}7 \pm 0^{\circ}15$ | $27^{\circ}5 \pm 0^{\circ}1$ |

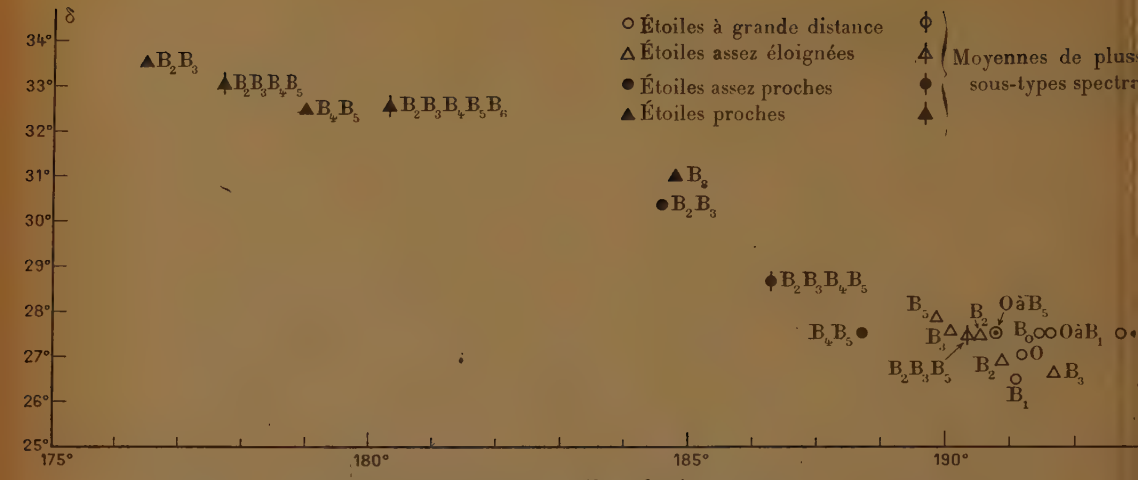


Fig. 8. — Variation de la position du pôle galactique avec la distance des étoiles considérées (coordonnées équatoriales).

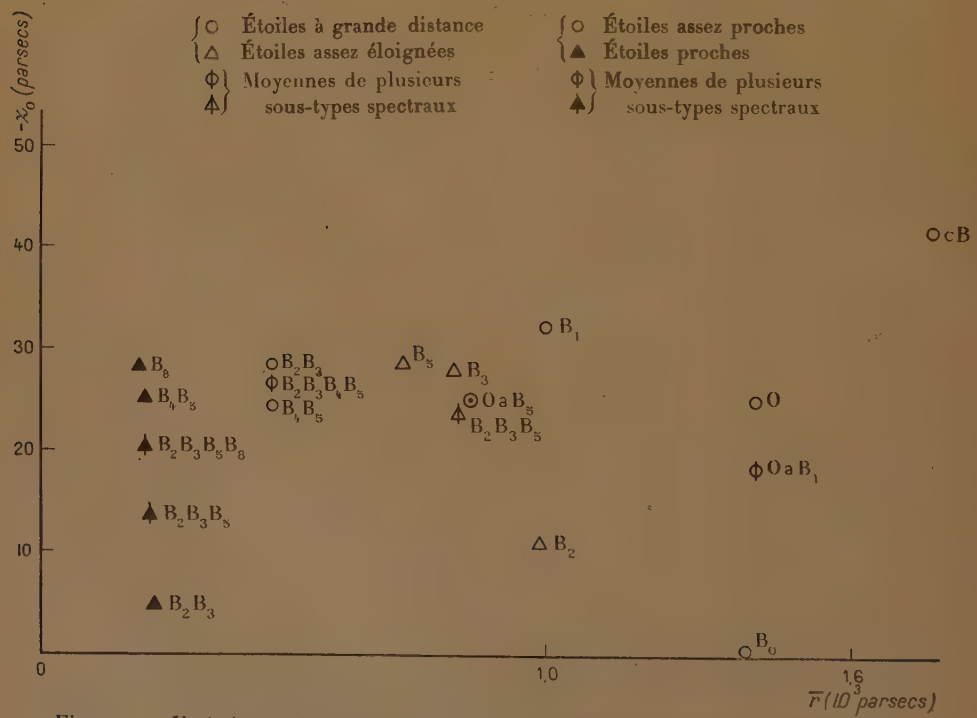


Fig. 9. — Variation de la cote ($-z_0$) du Soleil au dessus du plan galactique avec la distance des étoiles considérées.

nous montre une variation systématique de la position du pôle galactique avec la distance des étoiles considérées.

La longitude galactique du pôle des étoiles à grande distance

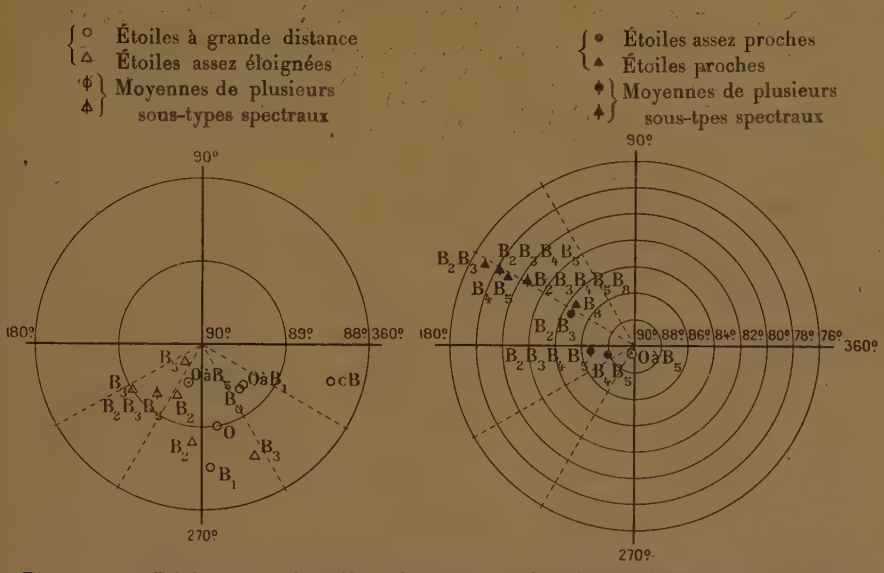


Fig. 10. — Déplacement du pôle galactique sur la sphère céleste pour les étoiles des différents sous-types spectraux.

varie suivant les différents sous-types spectraux, entre 270° et 345°. Pour les étoiles assez éloignées cette longitude est comprise entre 210° et 270°. Enfin pour les étoiles assez proches les limites sont 150° et 200°.

Si l'on considère les coordonnées équatoriales $\alpha$ et $\delta$, on constate que l'ascension droite diminue et que la déclinaison augmente au fur et à mesure que l'on s'adresse à des étoiles plus rapprochées ; les valeurs trouvées ne s'écartent notablement de la valeur classique que pour les étoiles proches (ceinture de Gould). Nous pouvons en conclure que le pôle classique d'Ohlsson est actuellement une très bonne détermination, qui peut suffire à la plupart des travaux de statistique stellaire.

Lorsqu'une grande précision sera nécessaire, il faudra diminuer $\delta$ de 0°,5, c'est-à-dire adopter le pôle : $\alpha = 190°$, $\delta = +27°,5$.

Les calculs que nous avons effectués pour la détermination du pôle nous ont permis d'obtenir, avec une bonne précision, la cote du Soleil par rapport au plan galactique. Cette dernière est

pratiquement constante quel que soit le sous-type spectral et la distance moyenne des étoiles étudiées. Les valeurs trouvées pour les différents sous-types et les différentes distances sont indiquées dans la colonne ($w$) du tableau ; elles sont toujours *négatives*, ce qui nous indique que le Soleil est situé *au-dessus* du plan galactique à une distance de 25 parsecs environ. La dispersion des différentes valeurs par rapport à la moyenne adoptée est de 10 parsecs.

**18. Principales déterminations du pôle galactique rapportées à l'équinoxe 1900,0.**

| AUTEURS | ASTRES | POLE GALACTIQUE TROUVÉ α | δ |
|---|---|---|---|
| HERSCHEL W. | | | |
| *Phil. Trans.*, **75** (1785), p. 253. | » | 187°,0 | +31°,4 |
| GOULD | | | |
| *Uranometria Argentina* (1879), p. 371. | $m < 4,0$ | 171°,2 | +30°,0 |
| NEWCOMB | Valeur adoptée | 191°,0 | +26°,8 |
| *Report of the Carnegie Institution* (1904), p. 246. | Étoiles $m < 2,5$ | 180° | +19°,7 |
| | Étoiles $m < 3,5$ | 179°,3 | +23°,0 |
| HUBBLE | | | |
| *C. M. W.*, 241. | Nébuleuses gazeuses proches | 176°,8 | +31°,4 |
| HERTZSPRUNG | Étoiles Oe5 à B9 | 182° | +27°,9 |
| *A. N.*, n° 4600 192 (1912). | Variables à éclipses | 188°,2 | +25°,8 |
| | Supergéantes | 189° | +26°,3 |
| | Étoiles O | 190°,7 | +26°,9 |
| | Étoiles N | 194°,2 | +27°,4 |
| | Nébuleuses gazeuses | 192°,7 | +28°,1 |
| CHARLIER | | | |
| *Medd. Lund.*, II, 14 (1916) p. 104. | Étoiles B | 184°,2 | +28°,7 |
| SHAPLEY | | | |
| *Proceed. of N. As.*, vol. **59**, n° 9 (1924). | Étoiles B $m < 5,5$ | 176°,8 | +31°,4 |
| SEARES | Étoiles $m < 9,0$ | 190°,7 | +20°,0 |
| *C. M. W.*, 346, 347. | Étoiles $m < 11,0$ | 193°,2 | +21°,8 |
| PLUMMER | | | |
| *M. N.*, 78. | Étoiles $m < 11,0$ | 194°,5 | +25°,1 |
| BALANOWSKA | Étoiles M $m < 8,2$ | 182°,9 | +31°,3 |
| *A. N.*, 232, n° 5549. | Étoiles K $m < 8,2$ | 195°,9 | +28°,2 |
| J. BAILLAUD | Catalogue astrograph. | | |
| *B. S. A. F.*, (juin 1929), p. 241. | $m < 13,5$ | 200°,9 | +28°,3 |
| | S. A. de Harvard $m < 13,5$ | 193°,3 | +27°,4 |
| | S. A. de Harvard $m < 16$ | 193°,6 | +28°,0 |
| VAN RHIJN | Étoiles $m < 4$ | 167°,8 | +35°,2 |
| *Groningen publ.*, n° 43 (1929). | Étoiles $m < 6$ | 188°,2 | +26°,5 |
| | Étoiles $m < 16$ | 193°,8 | +25°,5 |
| PANNEKOEK | | | |
| *Lembang Ann.*, 2 A, 72 (1929). | Voie Lactée | 193°,8 | +27°,8 |

| AUTEURS | ASTRES | POLE GALACTIQUE TROUVÉ α | δ |
|---|---|---|---|
| EMANUELLI | | | |
| Table pour le calcul des coordonnées galactiques. Rome, 1929. | » | 191°,0 | +26°,8 |
| TRUMPLER | | | |
| *Lick Bullet.*, n° 420, 180 (1930). | Amas ouverts | 192°,6 | +27°,7 |
| WIRTZ | Voie Lactée | 191°,9 | +31°,0 |
| *V. J. S.*, **65**, 64 (1930). | Voie Lactée (photog. de Barnard) | 194°,2 | +28°,7 |
| OHLSSON | | | |
| Lund Observatory, 1932. | » | 190° | +28° |
| PARENAGO GRIGORIEVA | | | |
| *A. J. S. U.*, **14**, 335 (1937). | Variable à longue période | 189°,8 | +28°,0 |
| MINEUR | | | |
| *C. R.*, (1941), p. 528. | Céphéides | 191°,5 | +27°,4 |
| | | ± 0°,2 | ± 0°,2 |
| OORT | | | |
| *B. A. N.*, 353 (1942). | Étoiles éloignées du plan galactique | 189°,9 | +27°,4 |
| | | ± 1° | ± 1° |
| VAN TULDER | | | |
| *B. A. N.*, 353 (1942). | Étoiles à grandes vitesses | 190°,7 | +26°,3 |
| | | ± 1° | ± 1° |
| | Étoiles O et B | 191°,0 | +27°,5 |
| | | ± 0°,3 | ± 0°,2 |
| GUINTINI | Étoiles O et Bo à B5 | 189°,8 | +27°,5 |
| *C. R.*, **218** (1944), p. 904. | $m < 8{,}25$ Étoiles très proches exclues | ± 0°,2 | ± 0°,1 |

## 19. Distance — $z_0$ du Soleil au plan galactique.

| AUTEURS | ASTRES | — $z_0$ (PARSECS) | |
|---|---|---|---|
| CHARLIER | | | |
| *Lund Medd.* ser, II, 14, 41. | Étoiles B brillantes | +20 | |
| SHAPLEY | | | |
| *Harvard Circulars*, n° 259 (1929). | Étoiles Bo-B5 | +15 | |
| GERASIMOVIC et LUYTEN | | | |
| *Proc. Nat. Ac. Washington*, 13, 387, 390 (1927). | » | +35 | |
| TRUMPLER | | | |
| *Lick Bulletin*, n° 420, 180 (1930). | Amas ouverts | +10 | |
| PARENAGO-GREGORIEVA | | | |
| *A. J. S. U.*, 14, 335 (1937). | Variables à longues périodes | +25 | |
| MINEUR | | | |
| *C. R.* (1941), p. 528. | Céphéides | +34 | |
| VAN TULDER | | | |
| *B. A. N.*, vol. **IX**, n° 353 (1942). | Étoiles O et B | +13,5 | ± 1,7 |
| GUINTINI | Étoiles O à B5 $m < 8{,}25$ | | |
| *C. R.*, 218 (1944), p. 904. | (étoiles très proches exclues) | +25 | ± 1,5 |

## CHAPITRE III

## DÈTERMINATION DES CORRECTIONS A APPLIQUER AUX MAGNITUDES ABSOLUES ET A LA CONSTANTE D'ABSORPTION

**20. Expression de la rotation galactique différentielle.** — On sait que l'ensemble des étoiles de la Galaxie tourne autour du centre de celle-ci, qui est situé à la distance de 10000 parsecs du Soleil vers la longitude 330° dans la constellation du Sagittaire.

La rotation a lieu dans le sens rétrograde avec une vitesse angulaire qui décroît lorsqu'on s'éloigne du centre. Pour les étoiles ordinaires voisines du Soleil, cette vitesse angulaire mesurée en km/sec par parsec est en valeur absolue de

$$0{,}030 \text{ km. sec}^{-1}/\text{parsec}^{-1}.$$

Elle décroît de 0,000003, c'est-à-dire 1/10000 de sa valeur, chaque fois qu'on s'éloigne de 1 parsec du Soleil.

La vitesse de rotation de ces étoiles est de 300 km/sec au voisinage du Soleil et est dirigée vers la longitude 60°, la durée de rotation est de 250 millions d'années.

Désignons par $V(R)$ la vitesse linéaire de rotation à la distance $R$(en km. sec$^{-1}$); par $\left(\frac{dV}{dR}\right)$ la variation de $V$ lorsqu'on s'éloigne du centre de 1 parsec au voisinage du Soleil et par $V_0$ la vitesse de rotation au voisinage du Soleil ; on a :

$$A = -\frac{1}{2}\frac{V_0}{R_0} + \frac{1}{2}\left(\frac{dV}{dR}\right)_0$$

$$B = \frac{1}{2}\frac{V_0}{R_0} + \frac{1}{2}\left(\frac{dV}{dR}\right)_0$$

$$\Omega_0 = \frac{V_0}{R_0} = B - A$$

$A$ = constante de la rotation différentielle de Oort :

$$\left(\frac{dV}{dR}\right)_0 = B + A$$

$B$ = constante de la rotation absolue de Oort.

$\Omega$ est la vitesse angulaire de rotation au voisinage du Soleil (en km/sec$^{-1}$/parsec$^{-1}$) sa variation $\left(\frac{d\Omega}{dR}\right)_0$ pour 1 parsec est :

$$\left(\frac{d\Omega}{dR}\right)_0 = \frac{2A}{R_0}.$$

Si on adopte $A = +0{,}015$, $B = -0{,}015$, $R_0 = 10\,000$ parsecs, on trouve $V_0 = 300$/km/sec. $\left(\frac{dV}{dR}\right)_0 = 0$.

$$\Omega_0 = -0{,}030, \qquad \left(\frac{d\Omega}{dR}\right)_0 = +0{,}000003.$$

Considérons 3 axes $Oxyz$ (figure 11); l'origine O étant le

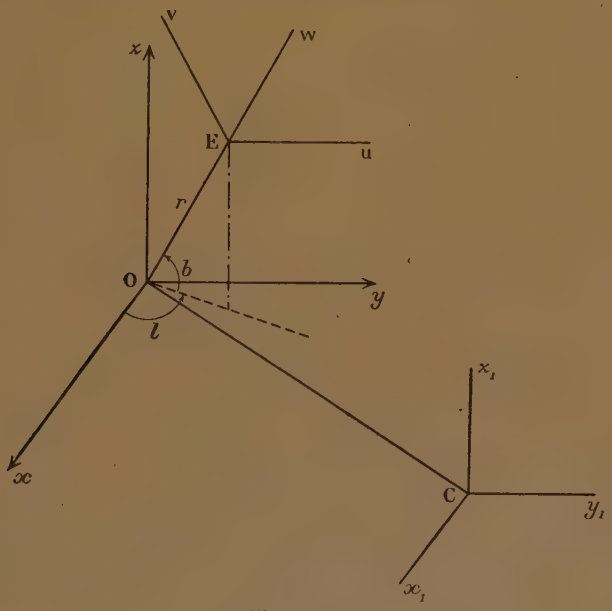


Fig. 11. —

Soleil, $xOy$ le plan galactique,
$Ox$ : nœud ascendant du plan galactique sur l'équateur,
$Oz$ : dirigé vers le pôle galactique nord.
Soit E une étoile située à la distance $r$ du Soleil.
Menons Eu tangent au cercle de latitude galactique,
Ev tangent au méridien galactique,
Ew dirigé suivant le rayon vecteur,
$l$ et $b$ étant la longitude et la latitude galactiques de l'étoile E.

Les cosinus directeurs de Ow sont :

$$\alpha_1 = \cos l \cos b ; \qquad \beta_1 = \sin l \cos b ; \qquad \gamma_1 = \sin b.$$

Ceux de Eu sont :

$$\alpha_2 = -\sin l ; \qquad \beta_2 = \cos l ; \qquad \gamma_2 = 0.$$

Ceux de Ev :

$$\alpha_3 = -\cos l \sin b ; \qquad \beta_3 = -\sin l \sin b ; \qquad \gamma_3 = \cos b.$$

Soient C le centre galactique dont la longitude est $l_0$ et $R_0$ la distance OC du Soleil au centre de la galaxie.

Les coordonnées du centre galactique sont :

$$x_0 = R_0 \cos l_0,$$
$$y_0 = R_0 \sin l_0,$$
$$z_0 = 0.$$

Nous supposons que chaque étoile E tourne avec une vitesse angulaire $\Omega(R)$ fonction de sa distance $R$ à C.

Nous pouvons représenter $\Omega(R)$ par un développement :

$$\Omega(R) = n + \frac{2A}{R_0}(R - R_0) + \frac{C}{R_0^2}(R - R_0)^2 + \cdots$$

Si nous nous bornons aux termes du 1er ordre,

$$\Omega(R) = n + \frac{2A}{R_0}(R - R_0) + \cdots$$

où $n$ et $A$ sont 2 constantes.

Posons : $n = B - A$ :

$$\Omega(R) = B - A + \frac{2A}{R_0}(R - R_0)R.$$

*Calcul des composantes X, Y, Z de la vitesse dans un petit volume entourant le point E rapportées à des axes fixes par rapport au point C.*

Soient les axes $Cz_1$ parallèle à $Oz$,
$Cy_1$ » $Oy$,
$Cx_1$ » $Ox$.

Les coordonnées de E par rapport à C sont $x - x_0$ ; $y - y_0$ ; $z$.

On a :
$$\begin{cases} X = -\Omega(R)(y - y_0), \\ Y = \Omega(R)(x - x_0), \\ Z = 0. \end{cases}$$

*Calcul de R.*

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2.$$

En négligeant les termes en $x^2$, $y^2$, $z^2$, on a :

$$R^2 = R_0^2 - 2(xx_0 + yy_0).$$

$$R = R_0 - \frac{xx_0 + yy_0}{R_0} + \cdots$$

$$\Omega(R) = B - A - \frac{2A}{R_0^2}(xx_0 + yy_0).$$

On en déduit :

$$X = -\left[B - A - \frac{2A}{R_0^2}(xx_0 + yy_0)\right](y - y_0),$$

$$Y = \left[B - A - \frac{2A}{R_0^2}(xx_0 + yy_0)\right](x - x_0),$$

$$Z = 0.$$

$$X = (B - A)\,y_0 - \frac{2A}{R_0^2}\,x_0y_0x + \left(-\frac{2A}{R_0^2}\,y_0^2 - B + A\right)y,$$

$$Y = -(B - A)x_0 + \left(\frac{2Ax_0^2}{R_0^2} + B - A\right)x + \frac{2A}{R_0^2}\,x_0y_0y.$$

En remplaçant $x_0$ par $R_0 \cos l_0$ et $y_0$ par $R_0 \sin l_0$ :

$$X = (B - A)y_0 - \frac{2Ax}{R_0^2}\,R_0^2 \sin l_0 \cos l_0 + \left(-\frac{2A}{R_0^2}\,R_0^2 \sin^2 l_0 - B + A\right)y;$$

$$Y = -(B - A)x_0 + \left[\frac{2A}{R_0^2}\,R_0^2 \cos^2 l_0 + B - A\right]x + \frac{2Ay}{R_0^2}\,R_0^2 \sin l_0 \cos l_0.$$

Posons :

$$A \cos 2l_0 = A_1,$$

$$A \sin 2l_0 = A_2,$$

$$\begin{cases} X = (B - A)y_0 - A_2x - (B - A_1)y, \\ Y = (B - A)x_0 + (B + A_1)x + A_2y. \end{cases}$$

En tenant compte des vitesses résiduelles et que $x = r.\alpha_1$ ; $y = r.\beta_1$, on a :

$$\text{I} \quad \begin{cases} X = X_0 - A_2r\alpha_1 - (B - A_1)r\beta_1 + Xr, \\ Y = Y_0 + (B + A_1)r\alpha_1 + A_2r\beta_1 + Yr, \\ Z = Z_0 + Zr. \end{cases}$$

**21. La rotation galactique différentielle et les vitesses radiales.** — La vitesse radiale $\rho$ d'une étoile : $\rho = X\alpha_1 + Y\beta_1 + Z\gamma_1$, s'écrit, en partant des équations (I) :

$$\rho = X_0\alpha_1 + Y_0\beta_1 + Z_0\gamma_1 + 2A_1\,r\,\alpha_1\beta_1 + A2r(\beta_1^2 - \alpha_1^2) + \rho_r,$$

$$\rho = \underbrace{X_0\alpha_1 + Y_0\beta_1 + Z_0\gamma_1}_{\text{indépendants de } r} + \underbrace{\rho_r + Ar\cos^2 b \sin 2(l - l_0)}_{\text{proportionnel à } r}.$$

On voit que la vitesse radiale est la somme de termes indépendants de $r$ et d'un terme de rotation galactique proportionnel à $r$.

Si l'on tient compte des coordonnées $l_1$ et $b_1$ de l'Apex définies par

$$\begin{cases} -X_0 = S_1 \cos l_1 \cos b_1, \\ -Y_0 = S_1 \sin l_1 \cos b_1, \\ -Z_0 = S_1 \sin b_1, \end{cases}$$

$S_1$ étant la vitesse de translation solaire, on a :

$$\rho = \rho_r - S_1[\cos b \cos b_1 \cos(l - l_1) + \sin b \sin b_1] + Ar \cos^2 b \sin 2(l - l_0),$$

Dans le plan galactique $b = 0$,

$$\rho = \rho_r - S_1 \cos b_1 \cos(l - l_1) + Ar \sin 2(l - l_0).$$

Considérons un groupe d'étoiles : $X_0$, $Y_0$, $Z_0$ est la vitesse d'ensemble du groupe d'étoiles par rapport au Soleil. Les vitesses résiduelles étant distribuées au hasard, la vitesse résiduelle du groupe sera très faible en général ; dans le cas des étoiles à hélium elle est de l'ordre de 4 km/sec$^{-1}$ et constitue le terme $K$.

**22. La rotation galactique et les mouvements propres.** — La composante du mouvement propre dirigée suivant Eu tangente au cercle de latitude galactique est : $\mu_1 \cos b = X\alpha_2 + Y\beta_2$.

Avant de développer le second membre nous devons remarquer que $\mu_1 \cos b$ est exprimé en secondes d'arc par an ; $X$ et $Y$ en km/sec$^{-1}$ et $r$ en parsecs.

Un mouvement propre de $a$ secondes d'arc par an à la distance $r$ parsecs correspond à une vitesse de déplacement transverse $V$ donnée en km. sec$^{-1}$ par :

$$V_{\text{km/sec}^{-1}} = a'' \cdot r \cdot 4{,}74$$

$$\mu_1 \cos b = \frac{X_0}{4{,}74r}\alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74r}\beta_2 - \frac{A_2 r}{4{,}74r}\alpha_1\alpha_2 - \frac{(B - A_1)}{4{,}74r} r\alpha_2\beta_1 + \frac{(B + A_1)}{4{,}74r} r\alpha_1\beta_2 + \frac{A_2 r}{4{,}74r}\beta_1\beta_2 + \frac{U_r}{4{,}74r}.$$

Remarquons que

$$\begin{cases} \alpha_1\alpha_2 = -\beta_1\beta_2, \\ \alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_1 = \gamma_3. \end{cases}$$

Si nous conservons pour $r$ l'unité $10^3$ parsecs, nous aurons :

$$10^3\mu_1\cos b = \frac{X_0}{4{,}74r}\cdot\alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74r}\beta_2 + \frac{2A_2}{4{,}74}\beta_1\beta_2 + \frac{A_1}{4{,}74}(\alpha_2\beta_1+\alpha_1\beta_2) + \frac{B}{4{,}74}\gamma_3 + \frac{Ur}{4{,}74r}.$$

On peut mettre $\mu_1\cos b$ sous la forme :

$$\mu_1\cos b = \underbrace{\frac{X_0}{4{,}74r}\cdot\alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74r}\cdot\beta_2}_{\text{(dépendant de } r)} + \frac{U_r}{4{,}74r} + \underbrace{\frac{B}{4{,}74}\cos b + \frac{A\cos b}{4{,}74}\cos 2(l-l_0)}_{\text{(rotation galactique indépendante de } r)}$$

On voit que $\mu_1\cos b$ est composé de 2 sortes de termes : des termes de translation solaire dépendants de $r$ et des termes de rotation galactique indépendants de $r$. Si l'on tient compte des coordonnées $l_1$ et $b_1$ de l'Apex on a :

$$\mu_1\cos b = \frac{S_1\cos b_1}{4{,}74r}\sin(l-l_1) + \frac{B}{4{,}74}\cos b + \frac{A\cos b}{4{,}74}\cos 2(l-l_0).$$

La composante du mouvement propre, dirigée suivant $E_v$, tangente au méridien galactique, est : $\mu_b = X\alpha_3 + Y\beta_3 + Z\gamma_3$.

On obtient en développant :

$$\mu_b = \frac{X_0}{4{,}74r}\alpha_3 + \frac{Y_0}{4{,}74r}\beta_3 + \frac{Z_0}{4{,}74r}\gamma_3 + \frac{A_1}{4{,}74}(\alpha_1\beta_3+\alpha_3\beta_1) + \frac{A_2}{4{,}74}(-\alpha_1\alpha_3+\beta_1\beta_3) + \frac{B}{4{,}74}(\alpha_1\beta_3-\gamma_3\beta_1) + \frac{V_r}{4{,}74r}.$$

En remarquant que : $\alpha_1\beta_3 = \alpha_3\beta_1$, on obtient :

$$\mu_b = \frac{X_0}{4{,}74r}\alpha_3 + \frac{Y_0}{4{,}74r}\beta_3 + \frac{Z_0}{4{,}74r}\gamma_3 + \frac{2A_1}{4{,}74}\alpha_1\beta_3 + \frac{A_2}{4{,}74}(\beta_1\beta_3-\alpha_1\alpha_3).$$

Les termes de translation solaire dépendent de la distance $r$, les termes de rotation galactique en sont indépendants.

**23. Emploi des vitesses radiales pour la détermination des distances.** — Nous venons de voir que la vitesse radiale $\rho$ d'une étoile peut s'écrire :

$$(1)\qquad \rho = K + X_0\alpha_1 + Y_0\beta_1 + Z_0\gamma_1 + 2A_1r_v\alpha_1\beta_1 + A_2r_v(\beta_1^2-\alpha_1^2).$$

Dans cette formule $r_v$ est la distance vraie.

Si nous considérons un assez grand nombre d'étoiles de même sous-type spectral et de magnitude visuelle voisine, ces étoiles seront à des distances qui, sans être identiques, ne s'écarteront pas considérablement d'une valeur moyenne $\bar{r}$. (Il nous faudra naturellement supposer que dans les étoiles étudiées le pourcentage de naines et de supergéantes reste faible pour que la magnitude absolue moyenne continue à avoir un sens).

Pour déterminer la distance moyenne $\bar{r}$, la méthode habituellement employée consiste à retrancher de chaque vitesse radiale les composantes de la translation solaire, que l'on suppose constantes et indépendantes de la catégorie d'étoiles considérée.

La vitesse radiale $\rho'$ débarrassée de la translation solaire s'écrit:

$$\rho' = K + A\bar{r}\cos^2 b \sin 2(l - l_0); \qquad (1')$$

chaque étoile donne une équation (1'). Les auteurs adoptent généralement pour $l_0$ des valeurs comprises entre 325° et 330°; il ne reste alors que 2 inconnues $K$ et $Ar$ qui sont déterminées par la méthode des moindres carrés; en prenant pour $A$ la valeur classique, on peut en déduire $\bar{r}$.

Cette méthode, acceptable lorsqu'il s'agit de déterminer assez grossièrement une distance moyenne, n'est plus applicable lorsqu'on se propose de déterminer des corrections à appliquer aux magnitudes absolues d'étoiles d'un sous-type spectral donné.

Les travaux antérieurs, en particulier ceux de Mr H. Mineur ainsi que mes premières recherches sur les étoiles à hélium, ont montré que les composantes $X_0$, $Y_0$, $Z_0$ varient notablement avec le sous-type spectral et la distance. C'est donc directement l'équation (1) que nous devons traiter et non pas l'équation (1').

On ne possède qu'une valeur approchée de la distance $r$ de l'étoile, valeur qui correspond à la magnitude absolue $M$ et à la constante d'absorption $a$; soit $r_a$ cette valeur.

Si l'étoile est voisine du plan galactique on a:

$$5 \log r_a = m - M - 10 - a r_a$$

(unité pour la distance: $10^3$ parsecs).

La distance vraie $r_v$, correspondant à la magnitude absolue: $M + \delta M$ et à la constante d'absorption: $a + \delta a$, sera donnée par:

$$5 \log r_v = m - M - \delta M - 10 - (a + \delta a) r_v;$$

$$5 \log \frac{r_v}{r_a} = -\delta M - a(r_v - r_a) - \delta a . r_v.$$

Posons $r_v = \lambda r_a$ :

$$5 \log \lambda = -\delta M - a r_a \left( \lambda - 1 + \lambda \frac{\delta a}{a} \right) ;$$

$$\delta M = -5 \log \lambda - a r_a \left[ \lambda \left( 1 + \frac{\delta a}{a} \right) - 1 \right].$$

Si le coefficient d'absorption adopté $a$ est correct, $\delta a$ est très faible et l'on peut écrire :

$$\delta M = -5 \log \lambda - a r_a (\lambda - 1).$$

Si $\lambda$ s'écarte peu de l'unité, la correction $\delta M$ est donnée par $\delta M = -5 \log \lambda$. S'il n'en est pas ainsi, le terme correctif devient très important pour des distances supérieures à 1000 parsecs.

On peut d'ailleurs établir une autre formule qui a l'avantage d'utiliser la dérivée $\frac{\partial r}{\partial M}$ déjà calculée.

Nous supposons connue la loi de décroissance de la densité de la matière absorbante, ici c'est celle que nous avons adoptée pour construire la table (chap. I, p. 31).

La distance vraie $r_v$ qui correspond à la magnitude absolue $M + \delta M$ est :

$$r_v = r_a + \frac{\partial r}{\partial M} \delta M.$$

Nous avons vu qu'au voisinage du plan galactique, si la dispersion des $r$ n'est pas trop grande, on peut écrire :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial M} = k \qquad (k \text{ varie de } -0{,}45 \text{ pour } r = 200 \text{ parsecs à } -0{,}35 \text{ pour } r = 2000 \text{ parsecs}).$$

$$r_v = r_a (1 + k \delta M) = \lambda r_a \qquad \text{avec} \qquad \lambda = 1 + k \delta M.$$

Cette formule ne sera applicable que pour des corrections $\delta M$ faibles ne dépassant pas 0,3 magnitude, le rapport $\frac{r_a}{r_v}$ devant rester voisin de 1.

Si le rapport $\frac{r_v}{r_a}$ est très différent de l'unité, la correction $\delta M$ sera grande ; le $\frac{\partial r}{\partial M}$ qu'il faut considérer est celui relatif à la valeur moyenne $r_m$ de $r$ dans l'intervalle $(r_a, r_v)$.

Si on adopte $r_m = \frac{r_a + r_v}{2} = r_a\left(\frac{1+\lambda}{2}\right)$ :

$$r_v = r_a + \frac{\partial r_m}{\partial M}\delta M = r_a\left(1 + \frac{1}{r_a}\cdot\frac{\partial r_m}{\partial M}\delta M\right),$$

$$r_v = r_a\left[1 + \frac{1}{r_m}\cdot\frac{\partial r_m}{\partial M}\delta M\left(\frac{1+\lambda}{2}\right)\right] = r_a\left[1 + k\left(\frac{1+\lambda}{2}\right)\delta M\right];$$

$$\delta M = -\frac{2}{k}\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right).$$

Quelle que soit la relation adoptée pour déduire $\delta M$ de $\lambda$ on aura :

$$\rho = K + X_0\gamma_1 + Y_0\beta_1 + Z_0\gamma_1 + 2A_1\lambda r_a\gamma_1\beta_1 + A_2\lambda r_a(\beta_1^2 - \alpha_1^2).$$

Les inconnues $K$, $X_0$, $Y_0$, $Z_0$, $A_1\lambda$, $A_2\lambda$ seront déterminées par la méthode des moindres carrés.

Nous avons traité par cette méthode toutes les étoiles à hélium dont la vitesse radiale est connue. Le principal catalogue que nous avons utilisé est celui de l'Observatoire Lick (33). Les vitesses radiales sur lesquelles l'erreur probable est supérieure ou égale à 5 km/sec.$^{-1}$ ont été éliminées.

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$, on déduit la longitude galactique $l_0$ du centre, donnée par :

$$\operatorname{tg} 2l_0 = \frac{A_2\lambda}{A_1\lambda}$$

et

$$A\lambda = [(A_1\lambda)^2 + (A_2\lambda)^2]^{\frac{1}{2}}.$$

*Calcul des erreurs probables sur $l_0$ et $A$.*

On a :

$$l_0 = \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{A_2\lambda}{A_1\lambda},$$

d'où

$$\varepsilon l_0 = \frac{[(\varepsilon A_2\lambda)^2(A_1\lambda)^2 + (\varepsilon A_1\lambda)^2(A_2\lambda)^2]^{\frac{1}{2}}}{2(A\lambda)^2}.$$

Si l'on exprime $\varepsilon l_0$ en degrés, il faut multiplier par 57,3.

L'erreur probable sur $A\lambda$ est :

$$\varepsilon A\lambda = \frac{[(A_1\lambda)^2(\varepsilon A_1\lambda)^2 + (A_2\lambda)^2(\varepsilon A_2\lambda)^2]^{\frac{1}{2}}}{A\lambda}.$$

**24. Résultats obtenus au moyen des vitesses radiales des différents sous-types.** — Voici les résultats obtenus pour les différents sous-types spectraux.

*Étoiles O.* — Nous avons 65 étoiles O de vitesse radiale connue inférieure à 63 km/sec et déterminée avec une erreur probable inférieure à 5 km/sec qui donnent :

$$K = +4{,}0 \pm 1{,}8$$
$$X_0 = -9{,}3 \pm 2{,}5 \qquad A_1\lambda = -4{,}08 \pm 2{,}05$$
$$Y_0 = -6{,}9 \pm 2{,}8 \qquad A_2\lambda = -14{,}2 \pm 1{,}9$$
$$Z_0 = +5{,}2 \pm 13{,}3$$

Étant donnée l'erreur moyenne considérable sur $Z_0$, l'Apex déterminé au moyen de $X_0$, $Y_0$, $Z_0$ n'aurait pas une grande signification.

Par contre les erreurs moyennes sur $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ sont assez faibles, nous pouvons donc déterminer $l_0$ et $A$ ; on trouve ainsi :

$$l_0 = 307° \pm 4°, \qquad A\lambda = 14{,}8 \pm 1{,}9.$$

Si on adopte pour $A$ la valeur classique 15 on voit que $\lambda = 0{,}99 \pm 0{,}12$, il n'y aurait donc pas de correction à apporter aux magnitudes absolues moyennes des étoiles O.

Cette dernière conclusion est sujette à critiques, car la constante $A$ a été déterminée principalement au moyen des Céphéides et des étoiles B. On ne peut lever la difficulté qu'en déterminant directement $A$ au moyen des mouvements propres ; j'ai effectué ce travail pour les étoiles suffisamment éloignées appartenant aux sous-types spectraux O, Bo, B1, B2.

**25. Étoiles B0.** — Les vitesses radiales de 42 étoiles Bo nous ont donné, en négligeant la rotation galactique :

$$K = -0{,}50 \pm 2{,}7$$
$$X_0 = -22{,}8 \pm 2{,}7$$
$$Y_0 = -9{,}5 \pm 3{,}6$$
$$Z_0 = +3{,}4 \pm 15{,}0$$

La vitesse de translation solaire est de 25 km. $sec^{-1}$ dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} l = 22°{,}6 \\ b = -8°{,}5 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 299° \\ \delta = +16° \end{cases}$$

*Étoiles B1.* — De même que les étoiles Bo, les étoiles B1 de vitesse radiale connue ne constituent pas un matériel suffisant pour qu'on puisse tenir compte de la rotation galactique. En limitant le développement de $\rho$ aux premiers termes on trouve :

$$K = -\ 8{,}7 \pm 2{,}3$$
$$X_0 = -22{,}6 \pm 3{,}5$$
$$Y_0 = -\ 3{,}7 \pm 2{,}7$$
$$Z_0 = -32{,}2 \pm 10{,}8$$

La vitesse de translation solaire est considérable 39,5 km. $sec^{-1}$, elle est dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} l = 9°{,}3 \\ b = 54°{,}6 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 230° \\ \delta = +28° \end{cases}$$

*Étoiles B0 et B1.* — Les étoiles Bo et B1 n'étant pas très nombreuses et ayant des magnitudes absolues de départ voisines — 3,9 et — 3,6, nous les avons également traitées simultanément

Les vitesses radiales ont donné pour 70 étoiles :

$$K = -\ 5{,}1 \pm 1{,}7$$
$$X_0 = -22{,}6 \pm 2{,}1$$
$$Y_0 = -\ 4{,}6 \pm 2{,}1$$
$$Z_0 = -19{,}1 \pm 8{,}8$$

ce qui correspond à une vitesse de translation solaire de 30,0 km. $sec^{-1}$ dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} l = 11°{,}5 \\ b = 39°{,}6 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 247° \\ \delta = +26° \end{cases}$$

Si l'on tient compte de la rotation galactique on obtient les résultats suivants :

$$K = -\ 1{,}9 \pm 1{,}2$$
$$X_0 = -20{,}1 \pm 1{,}7$$
$$Y_0 = +\ 1{,}9 \pm 1{,}8$$
$$Z_0 = +\ 1{,}1 \pm 6{,}7$$
$$A_1\lambda = +\ 3{,}6 \pm 1{,}7$$
$$A_2\lambda = -19{,}1 \pm 1{,}7$$

La valeur positive trouvée pour $Y_0$ nous donne un Apex

$$\begin{cases} \alpha = 280° \\ \delta = -6° \end{cases}$$

très différent de la valeur habituelle avec une vitesse de translation solaire de 20,2 km. $sec^{-1}$.

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ on tire la longitude galactique du centre :

$$l_0 = 320° \pm 3° \quad \text{et} \quad A\lambda = 19{,}4 \pm 1{,}7.$$

Ces deux dernières valeurs sont très acceptables.

**26. Étoiles B2.** — J'ai divisé les étoiles B2 en trois groupes de distances :

1) Étoiles B2 proches : $0{,}1 < r < 0{,}4$ (23 étoiles) ;
2) Ensemble des étoiles B2 : $r > 0{,}2$ (87 étoiles) ;
3) Étoiles B2 assez éloignées : $r > 0{,}4$ (71 étoiles).

Pour le 1er groupe, en ne tenant pas compte de la rotation galactique, on obtient :

$K = + 5{,}9 \pm 1{,}5$
$X_0 = - 18{,}0 \pm 2{,}8$
$Y_0 = - 11{,}0 \pm 2{,}4$
$Z_0 = - 8{,}4 \pm 6{,}9$

La vitesse de translation solaire est de 22,7 km. sec$^{-1}$ ; elle est dirigée vers l'Apex :

$\begin{cases} l = 31°{,}4 \\ b = 21°{,}7 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 273° \\ \delta = + 37° \end{cases}$

Dans le 2e groupe, en éliminant les étoiles plus proches que 200 parsecs, nous avons obtenu :

$K = + 0{,}96 \pm 1{,}37$
$X_0 = - 14{,}9 \pm 2{,}1$
$Y_0 = - 5{,}4 \pm 2{,}1$
$Z_0 = - 20{,}3 \pm 4{,}9$
$A_1\lambda = + 4{,}2 \pm 2{,}9$
$A_2\lambda = - 14{,}2 \pm 2{,}2$

La vitesse de translation solaire est de 25,8 km. sec$^{-1}$ dirigée vers l'Apex :

$\begin{cases} \alpha = 234° \\ \delta = + 34° \end{cases}$

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ on tire la longitude galactique du centre

$$l_0 = 325° \pm 5° \quad \text{et} \quad A\lambda = 14{,}8 \pm 2{,}3.$$

Le 3e groupe donne :

$K = - 1{,}0 \pm 1{,}7$
$X_0 = - 14{,}8 \pm 2{,}4$
$Y_0 = - 2{,}6 \pm 2{,}6$
$Z_0 = - 21{,}2 \pm 5{,}8$
$A_1\lambda = + 3{,}9 \pm 3{,}3$
$A_2\lambda = - 15{,}3 \pm 2{,}4$

La vitesse de translation solaire est de 26,0 km. sec$^{-1}$ ; elle est dirigée vers l'Apex :

$\begin{cases} l = 10° \\ b = 55° \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 230° \\ \delta = + 28° \end{cases}$

La longitude galactique du centre est :

$$l_0 = 322° \pm 6° \quad \text{et} \quad A\lambda = 15{,}8 \pm 2{,}5.$$

**27. Étoiles B3.** — Les étoiles B3 étant suffisamment nombreuses, nous avons pu les séparer par tranches de distances.

1) Étoiles B3 proches : $0,1 < r \leqslant 0,3$ (85 étoiles).

Si nous négligeons les termes de rotation galactique, nous obtenons :

$$K = + 4,2 \pm 0,4$$
$$X_0 = - 15,9 \pm 0,7$$
$$Y_0 = - 10,3 \pm 0,5$$
$$Z_0 = - 11,3 \pm 1,8$$

La vitesse de translation solaire est égale à 22,0 km. $sec^{-1}$ et est dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} \alpha = 262^\circ \\ \delta = + 41^\circ \end{cases}$$

Pour ces mêmes étoiles, si on tient compte des termes de rotation galactique, on a :

$$K = + 4,4 \pm 0,3$$
$$X_0 = - 15,0 \pm 0,7$$
$$Y_0 = - 11,2 \pm 0,5$$
$$Z_0 = - 14,2 \pm 1,6$$
$$A_1\lambda = - 12,8 \pm 1,9$$
$$A_2\lambda = - 8,4 \pm 2,4$$

La vitesse de translation solaire est ici de 23,4 km.$sec^{-1}$ ; elle est dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} \alpha = 255^\circ \\ \delta = + 45^\circ \end{cases}$$

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ on tire la longitude galactique du centre

$$l_0 = 287^\circ \pm 4^\circ \qquad \text{et} \qquad A\lambda = 15,3 \pm 2,0$$

2) Étoiles B3 assez éloignées : $r > 0,3$ (106 étoiles).

Pour ces étoiles nous avons obtenu :

$$K = + 0,57 \pm 1,25$$
$$X_0 = - 15,0 \pm 1,7$$
$$Y_0 = - 7,4 \pm 1,9$$
$$Z_0 = - 9,7 \pm 3,9$$
$$A_1\lambda = - 3,2 \pm 3,1 \; ; \qquad A_2\lambda = - 8,1 \pm 2,5.$$

La vitesse de translation solaire est de 19,3 km. $sec^{-1}$ dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} \alpha = 261^\circ \\ \delta = + 35^\circ \end{cases}$$

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ on tire la longitude galactique du centre

$$l_0 = 304° \pm 10° \quad \text{et} \quad A\lambda = 8{,}7 \pm 2{,}6.$$

**28. Étoiles B3e.** — Les étoiles à raies d'émission appartenant au sous-type B3 ont pu être traitées séparément.

Compte tenu des termes de rotation galactique, les 55 étoiles B3e de vitesse radiale connue donnent :

$K = +\ 4{,}35 \pm 1{,}5$
$X_0 = -\ 18{,}9 \pm 2{,}5$
$Y_0 = -\ 6{,}1 \pm 2{,}0$
$Z_0 = -\ 17{,}5 \pm 7{,}3$
$A_1\lambda = -\ 9{,}8 \pm 5{,}6$
$A_2\lambda = -\ 0{,}15 \pm 5{,}6$

La vitesse de translation solaire est : $V_0 = 26{,}5$ km. sec$^{-1}$ ; elle est dirigée vers l'Apex

$$\begin{cases} \alpha = 247° \\ \delta = +31° \end{cases}$$

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ on déduit : $l_0 = 270° \pm 16°$ et $A\lambda = 9{,}8 \pm 5{,}0$.

Les erreurs probables sur $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ étant très fortes, les valeurs trouvées pour $l_0$ et $A\lambda$ sont assez peu significatives et il y a intérêt à reprendre la résolution du système en considérant simplement la translation solaire ; les nouveaux résultats sont les suivants :

$K = +\ 4{,}05 \pm 1{,}5$
$X_0 = -\ 21{,}2 \pm 2{,}2$
$Y_0 = -\ 6{,}2 \pm 2{,}1$
$Z_0 = -\ 14{,}5 \pm 7{,}5$

On a ainsi une vitesse de translation solaire $V_0 = 26{,}4$ km. sec$^{-1}$ dirigée vers l'Apex :

$$\begin{cases} \alpha = 255° \\ \delta = +28° \end{cases}$$

On voit que les valeurs trouvées pour $K$, $X_0$, $Y_0$, $Z_0$ et leurs erreurs probables sont à peu près les mêmes que précédemment.

**29. Étoiles B5.** — Nous les avons divisées en 2 groupes :

$$r > 0{,}3 \quad \text{et} \quad 0{,}1 < r \leqslant 0{,}3.$$

1) Étoiles B5 : $r > 0{,}3$.

Les vitesses radiales de 111 étoiles ont donné :

$K = -\ 2{,}7 \pm 0{,}9$
$X_0 = -\ 17{,}6 \pm 1{,}2$
$Y_0 = -\ 3{,}5 \pm 1{,}4$
$Z_0 = -\ 14{,}7 \pm 3{,}4$
$A_1\lambda = +\ 10{,}7 \pm 3{,}1$
$A_2\lambda = -\ 3{,}8 \pm 2{,}4$

La vitesse de translation solaire est de 23,2 km. sec$^{-1}$ dirigée vers l'Apex :

$$\begin{cases} l = +11°{,}3 \\ b = +39°{,}3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 247° \\ \delta = +26° \end{cases}$$

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$ on tire la longitude galactique du centre :

$$l_0 = 35^\circ \pm 6^\circ \qquad \text{et} \qquad A\lambda = 11{,}4 \pm 3{,}1.$$

Les distances n'étant pas supérieures à 600 parsecs, on peut négliger les termes de rotation galactique.

On obtient alors :

$K = -\ 1{,}4 \pm 1{,}1$
$X_0 = -\ 15{,}2 \pm 1{,}2$
$Y_0 = -\ 4{,}7 \pm 1{,}7$
$Z_0 = -\ 14{,}7 \pm 4{,}3$

La vitesse de translation solaire est ici de 21,7 km. $sec^{-1}$ dirigée vers l'Apex :

$\begin{cases} l = 17^\circ 2 \\ b = 43^\circ \end{cases}$ $\begin{cases} \alpha = 244^\circ \\ \delta = +31^\circ \end{cases}$

2) Étoiles B5 proches : $0{,}1 < r \leqslant 0{,}3$.

Les vitesses radiales de 95 étoiles nous donnent, compte non tenu de la rotation galactique :

$K = +\ 3{,}66 \pm 0{,}64$
$X_0 = -\ 19{,}9 \pm 1{,}0$
$Y_0 = -\ 12{,}4 \pm 0{,}9$
$Z_0 = -\ 5{,}5 \pm 1{,}6$

La vitesse de translation solaire est de 24,1 km. $sec^{-1}$ dirigée vers l'Apex :

$\begin{cases} l = 31^\circ{,}9 \\ b = 13^\circ{,}2 \end{cases}$ $\begin{cases} \alpha = 283^\circ \\ \delta = +34^\circ \end{cases}$

**30. Remarques générales à propos des vitesses radiales.** — Les résultats obtenus pour les différents sous-types et les différentes tranches de distances, résumés ci-dessous, nous montrent que le terme $K$ des vitesses radiales ne reste constant et voisin de $+4{,}0$ que pour les étoiles assez proches, dont les distances ne dépassent pas 400 parsecs. Ce terme $K$ serait donc dû à un phénomène local et limité au voisinage du Soleil ; en effet pour les étoiles plus éloignées, les étoiles O exceptées, la valeur de $K$ est presque toujours négative.

| SOUS-TYPES | TRANCHES DE DISTANCES | TERME $K$ |
|---|---|---|
| O | $r > 0{,}8$ | $+4{,}0$ |
| Bo, B1 | $r > 0{,}6$ | $-1{,}9$ |
| B2 | $r < 0{,}4$ | $+5{,}0$ |
| | $r > 0{,}4$ | $-1{,}0$ |
| B3 | $r < 0{,}3$ | $+4{,}4$ |
| | $r > 0{,}3$ | $+0{,}6$ |
| B3e | $r < 0{,}6$ | $+4{,}4$ |
| B5 | $r < 0{,}3$ | $+3{,}7$ |
| | $r > 0{,}3$ | $-2{,}7$ |

**31. Le poids des mouvements propres.** — Cette question est d'une importance capitale en statistique stellaire.

Nous avons pour chaque étoile calculé le poids classique :

$$p = \frac{1}{(\varepsilon_\alpha)^2 + (\varepsilon_\delta)^2};$$

$\varepsilon_\alpha$ et $\varepsilon_\delta$ sont exprimés en secondes d'arc par siècle.

Ces deux quantités sont du même ordre pour une étoile déterminée, elles varient de $0'',05$ à $2''$ suivant la précision des déterminations.

Les poids varieront donc de 200 à 0,125, soit dans le rapport de 1600 à 1.

Le système de poids doit donc être revisé et on ne peut prendre $p = \frac{1}{\varepsilon^2}$, car une étoile dont le mouvement propre serait connu avec une très grande exactitude suffirait à fausser tous les résultats relatifs à un grand nombre d'étoiles.

Le tableau ci-dessous donne la solution employée à Victoria par Plaskett et Pearce (34) et celle envisagée par nous.

| ERREUR PROBABLE (EN SECONDES D'ARC PAR AN) | POIDS VICTORIA | POIDS CLASSIQUE | POIDS ADOPTÉ |
|---|---|---|---|
| $< 0'',0050$ | 2,0 | 4 à $\infty$ | 2 à 6 |
| $0'',0050$ à $0'',0099$ | 1,0 | 1 à 4 | 1 à 2 |
| $0'',0100$ à $0'',0149$ | 0,7 | 0,44 à 1,0 | 0,44 à 1,0 |
| $0'',0150$ à $0'',0199$ | 0,4 | 0,25 à 0,44 | 0,25 à 0,44 |
| $> 0'',0199$ | 0,2 | $< 0,25$ | $< 0,25$ |

L'examen du tableau montre que les poids adoptés à Victoria ne diffèrent pas sensiblement du poids classique tant que l'erreur probable est supérieure à $0'',010$.

J'ai adopté l'échelle suivante :

$$\begin{aligned} 0,2 < p < 1 \quad & p_a = p \\ 1 < p < 4 \quad & p_a = p^{\frac{1}{2}} \\ 4 < p < 27 \quad & p^{\frac{1}{3}} < p_a < p^{\frac{1}{2}} \\ 27 < p \quad & p_a = p^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$p$ étant le poids classique et $p_a$ le poids adopté.

Entre 4 et 27 nous avons obtenu les valeurs de $p_a$ par un graphique.

Voici à titre d'exemple la statistique des poids pour les mouvements propres des étoiles à hélium.

| POIDS CALCULÉ $p=\frac{1}{\varepsilon^2}$ | NOMBRE D'ÉTOILES | POIDS $p=\frac{1}{\varepsilon^2}$ CLASSIQUE $\sum p$ | POIDS VICTORIA : $p_1$ $\sum p_1$ | POIDS PROPOSÉ PAR NOUS : $p_2$ $\sum p_2$ |
|---|---|---|---|---|
| $p \leqslant 1{,}00$ | 499 | 312 | 274 | 312 |
| $1{,}0 < p \leqslant 4{,}00$ | 592 | 1480 | 592 | 912 |
| $4{,}0 < p \leqslant 7{,}0$ | 147 | 809 | 294 | 315 |
| $7{,}0 < p \leqslant 10{,}0$ | 105 | 892 | 210 | 244 |
| $10{,}0 < p \leqslant 20{,}0$ | 148 | 2200 | 296 | 385 |
| $20{,}0 < p \leqslant 50{,}0$ | 77 | 2700 | 144 | 250 |
| $50{,}0 < p \leqslant 100{,}0$ | 26 | 1950 | 52 | 109 |
| $100{,}0 < p$ | 10 | 1150 | 20 | 50 |

On voit qu'au delà du trait les poids classiques sont inadmissibles, les 261 étoiles de poids supérieur à 10 interviendraient dans la statistique pour 8000, alors que les 1343 pour lesquelles $p < 10$ ne comptent que pour 3500.

Les mouvements propres que nous avons utilisés sont extraits du catalogue de Boss (35) ; le catalogue donne $\mu_\alpha$ et $\mu_\delta$, que nous avons corrigés de la précession et dont nous avons tiré les composantes galactiques $\mu_l \cos b$ et $\mu_b$.

Les formules de transformation sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mu_l \cos b = u \cos\varphi + v \sin\varphi \\ \mu_b = -u \sin\varphi + v \cos\varphi \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u = 15\mu_\alpha \cos\delta \\ v = \mu_\delta \end{cases}$$

$\varphi$ est l'angle de position, il est donné par les tables d'Ohlsson déjà mentionnées.

**32. Résultats donnés par les mouvements propres.** — Nous avons vu que le mouvement propre en longitude galactique peut être mis sous la forme :

$$10^3 \mu_l \cos b = \frac{X_0}{4{,}74}\frac{1}{r}\alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74}\frac{1}{r}\beta_2 + \frac{B}{4{,}74}\gamma_3 + \frac{A_1}{4{,}74}(\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\beta_2) + \frac{2A_2}{4{,}74}\beta_1\beta_2 ;$$

l'unité pour $r$ est ici $10^3$ parsecs.

Si nous laissons de côté les termes de rotation galactique en

conservant uniquement les deux premiers termes du développement, nous avons :

$$10^3 \mu_1 \cos b = \frac{X_0}{4{,}74} \frac{1}{r} \alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74} \frac{1}{r} \beta_2 ;$$

dans cette formule $r$ est la distance vraie : $r_v$.

Posons $r_v = r_a = r_a \left( 1 + \frac{1}{r_a} \cdot \frac{\partial r}{\partial M} \delta M \right)$.

Si $\frac{1}{r_a} \frac{\partial r}{\partial M} \delta M$ est petit vis-à-vis de 1 on peut écrire :

$$\frac{1}{r_v} = \frac{1}{r_a} \left( 1 - \frac{1}{r_a} \frac{\partial r}{\partial M} \delta M \right).$$

$$10^3 \mu_1 \cos b = \frac{X_0}{4{,}74} \frac{1}{r_a} \alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74} \frac{1}{r_a} \beta_2 - \frac{X_0}{4{,}74} \frac{1}{r_a^2} \alpha_2 \frac{\partial r}{\partial M} \delta M - \frac{Y_0}{4{,}74} \frac{1}{r_{a^2}} \beta_2 \frac{\partial r}{\partial M} \delta M.$$

Les coefficients des inconnues sont :

$$\frac{\alpha_2}{r_a} ; \quad \frac{\beta_2}{r_a} ; \quad - \frac{\alpha_2}{r_a^2} \frac{\partial r}{\partial M} ; \quad \frac{\beta_2}{r_a^2} \frac{\partial r}{\partial M}.$$

La méthode des moindres carrés appliquée à l'ensemble des équations doit nous permettre de déterminer les inconnues qui sont :

$$\frac{X_0}{4{,}74}, \quad \frac{Y_0}{4{,}74}, \quad \frac{X_0}{4{,}74} \delta M, \quad \frac{Y_0}{4{,}74} \delta M.$$

*Impossibilité d'emploi de cette méthode.* — Reprenons la formule $r_v = r_a \left[ 1 + \frac{1}{r_a} \frac{\partial r}{\partial M} \delta M \right]$.

Si on reste au voisinage du plan galactique on a approximativement pour un certain intervalle de distances :

$$\frac{1}{r_a} \frac{\partial r}{\partial M} = k.$$

Pour simplifier l'écriture posons :

$$a' = \frac{1}{r_a} \alpha_2,$$

$$b' = \frac{1}{r_a} \beta_2,$$

$$c' = - \frac{1}{r_{a^2}} \alpha_2 \frac{\partial r}{\partial M},$$

$$d' = - \frac{1}{r_{a^2}} \beta_2 \frac{\partial r}{\partial M}.$$

On aura donc sensiblement :

$$\begin{cases} c' \# ka' ; \\ d' \# kb'. \end{cases}$$

Les coefficients des équations normales :

$$\begin{array}{ccccc} (a'a') & (a'b') & (a'c') & (a'd') & (a'\xi) \\ & (b'b') & (b'c') & (b'd') & (b'\xi) \\ & & (c'c') & (c'd') & (c'\xi) \\ & & & (d'd') & (d'\xi), \end{array}$$

deviennent approximativement :

$$\begin{array}{ccccc} (a'a') & (a'b') & k(a'a') & k(a'b') & (a'\xi) \\ & (b'b') & k(a'b') & k(b'b') & (b'\xi) \\ & & k^2(a'a') & k^2(a'b') & k(a'\xi) \\ & & & k^2(b'b') & k(b'\xi). \end{array}$$

Les 4 équations se ramènent pratiquement à 2, d'où indétermination.

*Méthode utilisée.* — Nous avons, en limitant le mouvement propre en longitude galactique à ses 2 premiers termes :

$$10^3 \mu_l \cos b = \frac{X_0}{4{,}74} \frac{1}{r} \alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74} \frac{1}{r} \beta_2$$

[$r$ étant le $r$ vrai $= \lambda r_a$]

$$(1) \qquad 10^3 \mu_l \cos b = \frac{X_0}{4{,}74 \lambda r_a} \alpha_2 + \frac{Y_0}{4{,}74} \frac{\beta_2}{\lambda r_a}.$$

Chaque étoile nous fournira une équation (1) ; les coefficients des inconnues $\frac{\alpha_2}{r_a}$, $\frac{\beta_2}{r_a}$, ont été calculés individuellement pour chaque étoile. Les quantités $\frac{X_0}{4{,}74\lambda}$, $\frac{Y_0}{4{,}74\lambda}$ sont obtenues en traitant par les moindres carrés l'ensemble des n équations qui sont relatives aux n étoiles de même sous-type spectral et dont les distances approchées $r_a$ restent comprises entre certaines limites.

Lorsque les étoiles considérées seront supposées suffisamment éloignées ($r_a > 1$), nous conserverons dans le développement de $\mu_l \cos b$ les termes de rotation galactique et nous aurons à résoudre un système à 5 inconnues :

$$\frac{X_0}{4{,}74\lambda}, \quad \frac{Y_0}{4{,}74\lambda}, \quad \frac{B}{4{,}74}, \quad \frac{A_1}{4{,}74}, \quad \frac{A_2}{4{,}74};$$

c'est ce que nous avons fait pour les étoiles O, Bo, et B1.

*Calcul de la correction* $\delta M$. — La correction $\delta M$ est donnée par la formule établie § 23 :

$$\delta M = -\frac{2}{k} \cdot \frac{1-\lambda}{1+\lambda}.$$

Pour calculer $\lambda$, il nous faut connaître les composantes $-X_0$, $-Y_0$ de la translation solaire ; nous allons adopter les valeurs données par les vitesses radiales de ces mêmes étoiles.

**33. Étoiles O.** — Les mouvements propres en longitude galactique de 73 étoiles O, pondérés conformément au tableau du § 31, nous permettent de calculer $\frac{X_0}{\lambda}$, $\frac{Y_0}{\lambda}$, ainsi que les constantes de la rotation galactique.

On trouve ainsi :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -22{,}0 \pm 7{,}2$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -11{,}6 \pm 7{,}4$$
$$A_1 = +12{,}4 \pm 8{,}2$$
$$A_2 = -8{,}0 \pm 7{,}8$$
$$B = -21{,}6 \pm 3{,}5$$

De $A_1$ et $A_2$ on tire $A = 14{,}8 \pm 8{,}0$ ; $l_0 = 344° \pm 15°$.

Les valeurs trouvées pour $A$ et $l_0$ sont très acceptables, mais ces quantités sont mal déterminées, car leurs erreurs probables sont considérables.

Pour tirer $\lambda$ il nous suffit de remplacer $X_0$, $Y_0$ par leurs valeurs données par les vitesses radiales, on trouve ainsi :

$$\lambda(X_0) = 0{,}42 \pm 0{,}18$$
$$\lambda(Y_0) = 0{,}49 \pm 0.45$$

dont la moyenne pondérée est

(1) $$\lambda = 0{,}43 \pm 0{,}17.$$

En étudiant les vitesses radiales des étoiles O j'ai signalé qu'il était dangereux de supposer la valeur de $A$ connue à priori.

Je viens de déterminer les constantes $A$ et $B$ ; comme d'autre part on peut poser $A = -B$, j'adopterai pour valeur de $A$ la moyenne pondérée de $A$ et de $-B$.

Cette moyenne est : $A = 20{,}5 \pm 3{,}2$.

Le facteur $A\lambda$ des vitesses radiales étant $14{,}8 \pm 1{,}9$, on en tire : $\lambda = 0{,}72 \pm 0{,}15$.

On pourra donc adopter pour $\lambda$ la moyenne pondérée des résultats fournis par les mouvements propres et les vitesses radiales, soit : $\lambda = 0{,}60 \pm 0{,}12$.

La correction $\delta M$ à apporter aux magnitudes absolues des étoiles O serait ainsi :

$$\delta M = -\frac{2}{k} \cdot \frac{0{,}4}{1{,}6} = 1{,}2 \text{ magnitude.}$$

Nous devons faire les remarques suivantes :

1) Les résultats tirés des vitesses radiales et des mouvements propres ont été obtenus par la résolution de systèmes d'équations à 6 et 5 inconnues et le nombre d'étoiles utilisées est trop faible pour donner des résultats précis.

2) Il serait préférable d'adopter la valeur $A = 14{,}8 \pm 8{,}0$ donnée par les mouvements propres sans tenir compte de $B$, mais l'erreur probable sur $A$ étant considérable, on aurait dans ce cas :

$$\lambda = 1{,}0 \pm 0{,}55.$$

La moyenne pondérée des valeurs de $\lambda$ déduites des vitesses radiales et des mouvements propres serait alors : $\lambda = 0{,}50 \pm 0{,}16$.

**34. Étoiles B0.** — Les mouvements propres en longitude galactique de 89 étoiles Bo donnent :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -19{,}5 \pm 5.5 ;$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -16{,}6 \pm 6{,}1.$$

On en déduit, en remplaçant $X_0$, $Y_0$ par leurs valeurs données par les vitesses radiales :

$$\lambda(X_0) = \frac{22{,}8}{19{,}5} = 1{,}17 \pm 0{,}36,$$

$$\lambda(Y_0) = \frac{9{,}5}{16{,}6} = 0{,}57 \pm 0{,}30,$$

dont la moyenne pondérée est : $\lambda = 0{,}81 \pm 0{,}23$.

**35. Étoiles B1.** — Les mouvements propres en longitude galactique donnent pour 34 étoiles B1, dont les distances approchées sont supérieures à 500 parsecs :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -14{,}6 \pm 6{,}5,$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -9.9 \pm 8{,}3,$$

d'où l'on tire :

$$\lambda(X_0) = 1{,}55 \pm 0{,}50,$$
$$\lambda(Y_0) = 0{,}37 \pm 0{,}42,$$

dont la moyenne pondérée est : $0{,}86 \pm 0{,}32$.

*Étoiles B0 et B1.* — Les étoiles Bo et B1 étant traitées simultanément, les mouvements propres en longitude galactique donnent :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -17{,}4 \pm 4{,}2,$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -14{,}3 \pm 4{,}9.$$

On en déduit :

$$\lambda(X_0) = 1{,}30 \pm 0{,}34,$$
$$\lambda(Y_0) = 0{,}32 \pm 0{,}19,$$
$$\lambda(\text{moyenne pondérée}) = 0{,}56 \pm 0{,}17.$$

On voit que ce résultat trouvé pour l'ensemble des étoiles Bo, B1 ne cadre pas avec celui obtenu pour chaque sous-type spectral traité séparément ; nous allons essayer de trancher la question en introduisant les termes de rotation galactique dans le développement de $\mu_l \cos b$.

On obtient ainsi :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -13{,}7 \pm 4{,}1$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -\ 6{,}6 \pm 4{,}7$$
$$B = -24{,}2 \pm 3{,}5$$
$$A_1 = +\ 7{,}0 \pm 5{,}0$$
$$A_2 = -\ 2{,}6 \pm 5{,}6.$$

De $A_1$ et $A_2$ on tire :

$$A = 7{,}5 \pm 5{,}0, \qquad l_0 = 350° \pm 21°.$$

Les erreurs probables sont considérables, nous avons déjà fait cette remarque pour les étoiles O.

En remplaçant $X_0$, $Y_0$ par les valeurs données par les vitesses radiales, on obtient :

$$\lambda(X_0) = \frac{20{,}1}{13{,}7} = 1{,}47 \pm 0{,}46,$$
$$\lambda(Y_0) = \frac{1{,}9}{6{,}6} = -0{,}29 \pm 0{,}34,$$

dont la moyenne pondérée est : $\lambda = +0{,}33 \pm 0{,}27$.

D'autre part le facteur $A\lambda = 19{,}4 \pm 1{,}7$ des vitesses radiales donne, si on adopte pour $A$ la valeur $18{,}6 \pm 2{,}9$, moyenne pondérée de $A$ et de $-B$ donnés par les mouvements propres :

$$\lambda = 1{,}04 \pm 0{,}19.$$

La moyenne pondérée de ces 2 valeurs de $\lambda$ est : $0{,}80 \pm 0{,}16$. Nous retrouvons approximativement le résultat que nous avions obtenu sans tenir compte de la rotation galactique.

La correction $\delta M$ à appliquer aux étoiles Bo et B1 déduite de $\lambda = 0{,}80$ est de $+0{,}6$ magnitude.

**36. Étoiles B2.** — 1) Étoiles proches : $0{,}1 < r \leqslant 0{,}4$ (26 étoiles). Les mouvements propres en $\mu_l \cos b$ donnent :

$$\begin{cases} \dfrac{X_0}{\lambda} = -15{,}7 \pm 1{,}9, \\ \dfrac{Y_0}{\lambda} = -\ 7{,}8 \pm 2{,}4. \end{cases}$$

En adoptant pour $X_0$ et $Y_0$ les valeurs

$$-18{,}0 \pm 2{,}8 \qquad \text{et} \qquad -11{,}0 \pm 2{,}4$$

tirées des vitesses radiales, on obtient :

$$\lambda(X_0) = 1{,}15 \pm 0{,}23,$$
$$\lambda(Y_0) = 1{,}41 \pm 0{,}53,$$

dont la moyenne pondérée est : $\lambda = 1{,}19 \pm 0{,}21$.

La correction

$$\delta M = \frac{-2}{k} \cdot \frac{-0{,}19}{2{,}19}, \qquad \text{avec} \qquad k = -0{,}45,$$

donne : $\delta M = -0{,}38$.

D'après ce résultat il faudrait diminuer de 0,38 magnitude la magnitude absolue moyenne des étoiles B2 proches.

2) Ensemble des étoiles B2 : $r > 0{,}2$ (131 étoiles).

Les mouvements propres en $\mu_l \cos b$ donnent :

$$\begin{cases} \dfrac{X_0}{\lambda} = -14{,}5 \pm 2{,}4, \\ \dfrac{Y_0}{\lambda} = -\ 5{,}4 \pm 2{,}0. \end{cases}$$

En remplaçant $X_0$, $Y_0$ par leurs valeurs données par les vitesses radiales de ces mêmes étoiles, on a :

$$\lambda(X_0) = 1{,}03 \pm 0{,}22,$$
$$\lambda(Y_0) = 1{,}00 \pm 0{,}44.$$

La moyenne pondérée est $1{,}02 \pm 0{,}2$.

Dans l'ensemble il n'y aurait donc pas lieu de corriger la magnitude absolue moyenne de départ des étoiles B2.

3) Étoiles B2 assez éloignées : $r > 0{,}4$ (112 étoiles).

Pour ces étoiles, si on limite le développement de $\mu_l \cos b$ à ses deux premiers termes, en ne tenant pas compte de la rotation galactique, on trouve :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -\ 6{,}40 \pm 4{,}4,$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -\ 11{,}85 \pm 3{,}7.$$

Les erreurs probables étant considérables, la représentation qu'on obtient en négligeant les termes de rotation galactique semble mauvaise, et nous avons repris les calculs en les incorporant.

On trouve ainsi :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -\ 8{,}0 \pm 4{,}0$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -\ 12{,}4 \pm 3{,}5$$
$$B = -\ 14{,}0 \pm 4{,}1$$
$$A_1 = +\ 11{,}6 \pm 5{,}8$$
$$A_2 = -\ 11{,}1 \pm 5{,}9.$$

De $A_1$ et $A_2$ on tire $A = 16{,}1 \pm 5{,}9$ et $l_0 = 338° \pm 10°$.

On voit que les valeurs trouvées pour $A$ et $l_0$ sont admissibles, notons toutefois que les erreurs probables sont assez fortes.

La représentation de $\mu_l \cos b$ par un développement à 5 termes donne, pour $\frac{X_0}{\lambda}$ et $\frac{Y_0}{\lambda}$, des valeurs voisines de celles qu'on a trouvées, en ne tenant pas compte de la rotation galactique.

De ces valeurs nous tirons, en remplaçant $X_0$ et $Y_0$ par leurs

valeurs respectives $-14,8 \pm 2,4$ et $-2,6 \pm 2,6$ données par les vitesses radiales :

$$\lambda(X_0) = \frac{14,8}{8,0} = 1,85 \pm 0,97,$$

$$\lambda(Y_0) = \frac{2,6}{12,4} = 0.21 \pm 0,22,$$

dont la moyenne pondérée est $\lambda = 0,29 \pm 0,21$.

Le facteur $A\lambda = 15,8 \pm 2,5$ donné par les vitesses radiales nous donne, si nous adoptons pour $A$ la valeur $14,7 \pm 3,4$ (moyenne pondérée de $A$ et de $-B$ donnés par $\mu_l \cos b$), $\lambda = 1,07 \pm 0,30$.

La valeur adoptée pour $\lambda$ sera donc : $\lambda = 0,55 \pm 0,17$, d'où l'on tire $\delta M = 1,4$ magnitude.

Les résultats inattendus trouvés pour les étoiles B2 assez éloignées nous ont amené à réexaminer cette catégorie d'étoiles.

La figure 12 montre la répartition des étoiles étudiées en

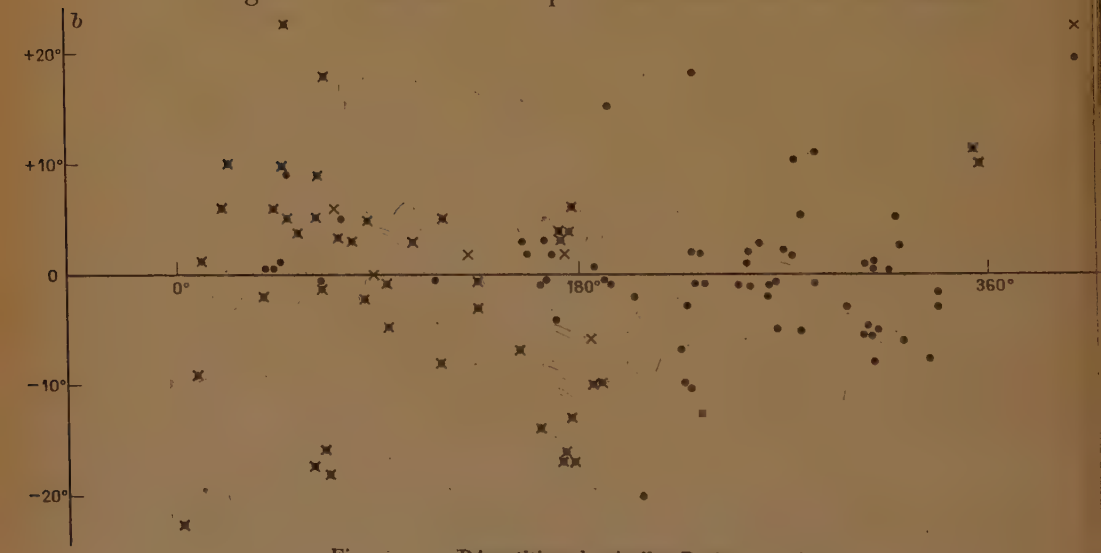


Fig. 12. — Répartition des étoiles $B_2$ ($r\alpha > 0,4$)
de vitesse radiale connue ×
de mouvement propre connu •.

longitude galactique. Alors que les étoiles de mouvement propre connu se répartissent sur toutes les longitudes, les étoiles dont on a utilisé la vitesse radiale ont toutes leur longitude comprise entre 355° et 180° ; cette raison pourrait être suffisante pour expliquer l'anomalie constatée pour ces étoiles.

J'ai repris les calculs en utilisant seulement les mouvements propres de la région pour laquelle nous avons également les vitesses radiales (355° — 180°).

**37. Étoiles B3 proches :** $r < 0{,}3$. — Les mouvements propres en longitude galactique nous ont donné :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -22{,}7 \pm 1{,}00,$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -9{,}4 + 1{,}2.$$

Si nous prenons les valeurs

$$X_0 = -15{,}9 \pm 0{,}7, \qquad Y_0 = -10{,}3 \pm 0{,}5,$$

obtenues au moyen des vitesses radiales pour ces mêmes étoiles, nous avons :

$$\lambda(X_0) = 0{,}70 \pm 0{,}04,$$
$$\lambda(Y_0) = 1{,}10 \pm 0{,}15.$$

La valeur de $\lambda$ déduite de l'effet de la rotation galactique sur les vitesses radiales était : $\lambda(\rho) = 1{,}02 \pm 0{,}12$.

La moyenne pondérée de ces 3 résultats est :

$$\lambda = 0{,}75 \pm 0{,}04,$$
$$\delta M = -\frac{2}{k}\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right),$$

la distance moyenne étant ici d'environ 200 parsecs.

On prendra $-0{,}45$ pour valeur de $k$ :

$$\delta M = +0{,}63.$$

Il faudrait donc appliquer une correction $+0{,}6$ à la magnitude absolue moyenne des étoiles B3 proches, c'est-à-dire adopter la valeur $-2{,}3 + 0{,}6 = -1{,}7$.

*Étoiles B3 assez éloignées :* $0{,}3 < r < 1{,}0$. — Les mouvements propres en longitude galactique nous ont donné :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -17{,}2 \pm 1{,}6,$$
$$\frac{Y_0}{\lambda} = -8{,}6 \pm 1{,}4.$$

Nous avons obtenu au moyen des vitesses radiales les valeurs $X_0 = -15{,}0 \pm 1{,}7$ et $Y_0 = -7{,}4 \pm 1{,}9$ pour les composantes de la translation solaire.

Nous en déduisons :

$$\lambda(X_0) = \frac{-15{,}0}{-17{,}2} = 0{,}87 \pm 0{,}13,$$

$$\lambda(Y_0) = \frac{-7{,}4}{-8{,}6} = 0{,}86 \pm 0{,}26.$$

La valeur de $\lambda$ obtenue directement au moyen des vitesses radiales était $\lambda(\rho) = 0{,}58 \pm 0{,}17$.

La moyenne pondérée de ces 3 résultats est :

$$\lambda = 0{,}78 \pm 0{,}10.$$

On en déduit $\delta M = +0{,}59 \pm 0{,}2$.

La correction $\delta M$ à appliquer à la magnitude absolue moyenne des étoiles B3 assez éloignées est donc sensiblement la même que pour les étoiles B3 proches.

**38. Étoiles B3e à raies d'émission.** — Les mouvements propres en longitude galactique ont donné :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -22{,}0 \pm 1{,}6,$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -9{,}3 \pm 1{,}7.$$

En portant dans ces équations les valeurs $X_0 = -21{,}2 \pm 2{,}2$ et $Y_0 = -6{,}2 \pm 2{,}1$ données par les vitesses radiales pour ces mêmes étoiles, on obtient :

$$\lambda(X_0) = 0{,}96 \pm 0{,}12,$$

$$\lambda(Y_0) = 0{,}67 \pm 0{,}26.$$

La valeur de $\lambda$ déduite de l'effet de la rotation galactique sur les vitesses radiales était $\lambda(\rho) = 0{,}65 \pm 0{,}33$.

La moyenne pondérée de ces résultats est :

$$\lambda = 0{,}88 \pm 0{,}10,$$

d'où $\delta M = 0{,}30$.

Il faudrait donc appliquer une correction $+0{,}30$ à la magnitude absolue moyenne des étoiles B3e dont le spectre présente des raies d'émission.

La magnitude absolue de départ ayant été prise identique à celle des étoiles B3 normales, les étoiles B3e seraient donc

intrinsèquement un peu plus brillantes que les étoiles B3 normales, de 0,3 magnitude environ.

**39. Étoiles B5 : $r > 0{,}3$.** — Les mouvements propres en $\mu_l \cos b$ de 241 étoiles B5 nous donnent :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -20{,}4 \pm 1{,}7,$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -10{,}3 \pm 1{,}6.$$

En portant les valeurs de $X_0$, $Y_0$ données par les vitesses radiales on en déduit :

$$\lambda(X_0) = \frac{17{,}6}{20{,}4} = 0{,}86 \pm 0{,}093,$$

$$\lambda(Y_0) = \frac{3{,}5}{10{,}3} = 0{,}34 \pm 0{,}146,$$

dont la moyenne pondérée est $\lambda = 0{,}71 \pm 0{,}08$.

Si nous prenons les valeurs de $X_0$, $Y_0$ qu'on obtient au moyen des vitesses radiales en considérant uniquement la translation solaire, ce qui est admissible puisque les distances maxima ne dépassent pas 600 parsecs, on a :

$$\lambda(X_0) = 0{,}74 \pm 0{,}086,$$
$$\lambda(Y_0) = 0{,}46 \pm 0{,}18,$$

dont la moyenne pondérée est $\lambda = 0{,}69 \pm 0{,}08$.

On peut donc adopter $\lambda = 0{,}70$. La correction $\delta M$ correspondant à $\lambda = 0{,}70$ est $+0{,}9$ magnitude.

*Étoiles B5 proches* : $0{,}1 < r \leqslant 0{,}3$. — Les mouvements propres en longitude galactique de 128 étoiles donnent :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -21{,}8 \pm 0{,}93,$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -\ 8{,}9 \pm 1{,}00.$$

En remplaçant $X_0$, $Y_0$, par leurs valeurs données par les vitesses radiales on obtient :

$$\lambda(X_0) = 0{,}91 \pm 0{,}06,$$
$$\lambda(X_0) = 1{,}39 \pm 0{,}19,$$

dont la moyenne pondérée est $\lambda = 0{,}95 \pm 0{,}06$, d'où

$$\delta M = +0{,}12 \text{ magnitude.}$$

**40. Remarques.** — L'examen des résultats précédents montre que, pour les étoiles proches appartenant aux sous-types B3 et B5, la composante $Z_0$ de la translation solaire, obtenue au moyen des vitesses radiales, est déterminée avec une erreur moyenne à peine supérieure à celles obtenues sur les composantes $X_0$, $Y_0$.

Pour ces étoiles il y aurait donc intérêt à considérer la composante $\mu_b$ du mouvement propre en latitude galactique.

Nous avons vu (§ 22) que l'on a :

$$\mu_b = \frac{X_0}{4{,}74\,\lambda}\frac{1}{r}\alpha_3 + \frac{Y_0}{4{,}74\,\lambda}\frac{1}{r}\beta_3 + \frac{Z_0}{4{,}74\,\lambda}\frac{1}{r}\gamma_3 + \frac{2A_1}{4{,}74}\alpha_1\beta_3 + \frac{A_2}{4{,}74}(\beta_1\beta_3 - \alpha_1\alpha_3).$$

Les distances des étoiles étudiées étant inférieures à 300 parsecs, nous conservons uniquement les termes de translation solaire.

Les étoiles n'étant jamais très éloignées du plan galactique, $\alpha_3$ et $\beta_3$ restent petits, par contre $\gamma_3$ est assez voisin de l'unité.

Par cette dernière méthode seule la composante $\frac{Z_0}{\lambda}$ sera déterminée correctement, les deux autres composantes $\frac{X_0}{\lambda}$, $\frac{Y_0}{\lambda}$ seront entachées d'erreurs moyennes importantes.

La résolution par la méthode des moindres carrés, de 115 équations pour les étoiles B3, de 128 équations pour les étoiles B5, pondérées conformément à l'échelle de poids adoptée, nous a donné les résultats suivants :

| ÉTOILES B3 | ÉTOILES B5 |
|---|---|
| $\frac{X_0}{\lambda} = -10{,}9 \pm 8{,}7$ | $\frac{X_0}{\lambda} = -11{,}7 \pm 1{,}6$ |
| $\frac{Y_0}{\lambda} = -7{,}6 \pm 3{,}4$ | $\frac{Y_0}{\lambda} = -9{,}8 \pm 1{,}9$ |
| $\frac{Z_0}{\lambda} = -9{,}5 \pm 0{,}7$ | $\frac{Z_0}{\lambda} = -8{,}2 \pm 0{,}6$ |

Ainsi qu'il était prévu $\frac{X_0}{\lambda}$, $\frac{Y_0}{\lambda}$ sont inutilisables eu égard à leurs erreurs probables et nous conserverons les valeurs données par les mouvements propres en longitude galactique ; par contre $\frac{Z_0}{\lambda}$ est bien déterminé et nous pouvons en déduire $\lambda$, il suffit de

remplacer $Z_0$ par sa valeur, obtenue au moyen des vitesses radiales pour ces mêmes étoiles ; on trouve ainsi :

pour les étoiles B3 $\lambda(Z_0) = 1,19 \pm 0,21$,
— — B5 $\lambda(Z_0) = 0,67 \pm 0,20$.

En prenant la moyenne pondérée des valeurs de $\lambda$ obtenues pour les 3 composantes on obtient :

$\lambda = 0,74$ pour les étoiles B3,
$\lambda = 0,93$ pour les étoiles B5.

*Autre méthode.* — Nous pouvons traiter simultanément pour les mêmes étoiles les mouvements propres en longitude galactique et ceux en latitude galactique comme l'a montré Mr H. Mineur (36) et nous obtiendrons ainsi un Apex indépendant des axes considérés.

Nous aurons à résoudre un système à 3 inconnues :

$$\frac{X_0}{\lambda}\sum\frac{\alpha_2^2+\alpha_3^2}{22,5r^2}+\frac{Y_0}{\lambda}\sum\frac{\alpha_2\beta_2+\alpha_3\beta_3}{22,5r^2}+\frac{Z_0}{\lambda}\sum\frac{\alpha_3\gamma_3}{22,5r^2}=\sum(15\alpha_2\mu_l\cos b+\alpha_3\mu_b),$$

$$\frac{X_0}{\lambda}\sum\frac{\alpha_2\beta_2+\alpha_3\beta_3}{22,5r^2}+\frac{Y_0}{\lambda}\sum\frac{\beta_2^2+\beta_3^2}{22,5r^2}+\frac{Z_0}{\lambda}\sum\frac{\beta_3\gamma_3}{22,5r^2}=\sum(15\beta_2\mu_l\cos b+\beta_3\mu_b),$$

$$\frac{X_0}{\lambda}\sum\frac{\alpha_3\gamma_3}{22,5r^2}+\frac{Y_0}{\lambda}\sum\frac{\beta_3\gamma_3}{22,5r^2}+\frac{Z_0}{\lambda}\sum\frac{\gamma_3^2}{22,5r^2}=\sum\gamma_3\mu_b.$$

La résolution de ce système a donné pour les étoiles B3 :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -22,3 \pm 1,2,$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -\ 9,4 \pm 1,5,$$

$$\frac{Z_0}{\lambda} = -10,5 \pm 1,0.$$

De ces quantités on déduit :

1) $\frac{V_0}{\lambda} = 26,4$ km. sec$^{-1}$, $V_0$ étant la vitesse de translation solaire ;

2) les coordonnées de l'Apex

$$\begin{cases} l = 22°,9 \\ b = 23°5, \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = \ 268° \\ \delta = +30° \end{cases}$$

Si l'on remplace $V_0$ par la valeur 22,0 donnée par les vitesses radiales de ces mêmes étoiles, on tire :

$$\lambda = \frac{22,0}{26,4} = 0,83.$$

On peut également comparer chaque composante avec les valeurs tirées des vitesses radiales, il vient :

$$\lambda(X_0) = \frac{15,9}{22,3} = 0,71 \pm 0,05,$$

$$\lambda(Y_0) = \frac{10,3}{9,4} = 1,10 \pm 0,18,$$

$$\lambda(Z_0) = \frac{11,3}{10,5} = 1,08 \pm 0,20,$$

dont la moyenne pondérée est $\lambda = 0,76 \pm 0,05$, valeur peu différente de la précédente.

Les étoiles B5 donnent :

$$\frac{X_0}{\lambda} = -20,2 \pm 1,1,$$

$$\frac{Y_0}{\lambda} = -8,5 \pm 1,2,$$

$$\frac{Z_0}{\lambda} = -8,9 \pm 0,95,$$

$$\frac{V_0}{\lambda} = 23,6 \text{ km. sec}^{-1}.$$

L'Apex a pour coordonnées :

$$\begin{cases} l = 22°,8 \\ b = 32°,3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 269° \\ \delta = +29°,5 \end{cases}$$

Pour ces étoiles la valeur de $V_0$ donnée par les vitesses radiales est $V_0 = 24,1$ ;

d'où $$\lambda = \frac{23,6}{24,1} = 0,98.$$

Les 3 composantes donnent pour $\lambda$ les valeurs suivantes :

$$\lambda(X_0) = 0,985 \pm 0,073,$$
$$\lambda(X_0) = 1,46 \pm 0,23,$$
$$\lambda(Z_0) = 0,62 \pm 0,19,$$

dont la moyenne pondérée est $\lambda = 0,98 \pm 0,07$, valeur identique à celle tirée de $V_0$.

Nous trouvons pour l'Apex une valeur précise, sensiblement la même pour les étoiles B3 et B5, et très voisine de la valeur classique ; de plus les erreurs probables sont faibles et pratiquement identiques pour les 3 composantes. Aussi la correction $\delta M$ que l'on en déduit peut être considérée comme une bonne détermination.

*Résultats concernant la longitude du centre galactique et les constantes A et B de la rotation galactique.* — Les vitesses radiales des étoiles éloignées nous ont donné :

| SOUS-TYPE | $l_0$ |
|---|---|
| O | $307° \pm 4°$ |
| Bo, B1 | $320° \pm 3°$ |
| B2 | $322° \pm 6°$ |
| B3 | $304° \pm 10°$ |
| B5 | $350° \pm 6°$ |

La moyenne pondérée de ces résultats est : $l_0 = 320° \pm 2°$.

Les mouvements propres des étoiles éloignées donnent :

| SOUS-TYPE | $A$ | $B$ | $l_0$ |
|---|---|---|---|
| O | $14{,}8 \pm 8{,}0$ | $-21{,}6 \pm 3{,}5$ | $344° \pm 15°$ |
| Bo, B1 | $7{,}5 \pm 5{,}0$ | $-24{,}2 \pm 3{,}5$ | $350° \pm 21°$ |
| B2 | $16{,}1 \pm 5{,}9$ | $-14{,}0 \pm 4{,}1$ | $338° \pm 10°$ |
| Moyenne pondérée | $11{,}8 \pm 3{,}5$ | $-20{,}5 \pm 2{,}1$ | $341° \pm 8°$ |

**41. Détermination de la correction $\delta a$ à apporter à la constante d'absorption.** — Pour déterminer cette correction, j'avais tout d'abord posé :

$$r_v = r + \frac{\partial r}{\partial M}\delta M + \frac{\partial r}{\partial a}\delta a$$

et porté cette valeur de $r_v$ dans l'expression de la vitesse radiale

$$\rho_i = K + X_0\alpha_{1i} + Y_0\beta_{1i} + Z_0\gamma_{1i} + 2A_1 r_i \alpha_{1i}\beta_{1i} + A_2 r_i(\beta_{1i}^2 - \alpha_{1i}^2) + 2A_1\frac{\partial r_i}{\partial M}\alpha_{1i}\beta_{1i}\delta M + 2A_1\frac{\partial r_i}{\partial a}\alpha_{1i}\beta_{1i}\delta a + A_2\frac{\partial r_i}{\partial M}(\beta_{1i}^2 - \alpha_{1i}^2)\delta M + A_2\frac{\partial r_i}{\partial a}(\beta_{1i}^2 - \alpha_{1i}^2)\delta a.$$

La résolution d'un tel système par la méthode des moindres carrés devait nous donner les 10 inconnues, soient : $K$, $X_0$, $Y_0$, $Z_0$, $A_1$, $A_2$, $A_1\delta M$, $A_1\delta a$, $A_2\delta M$, $A_2\delta a$, c'est-à-dire les corrections $\delta M$ et $\delta a$.

J'ai traité par cette méthode les vitesses radiales des étoiles O ; les résultats obtenus sont inutilisables, car les erreurs probables sur les inconnues sont égales, ou même dépassent largement ces dernières.

*Calcul de la correction $\delta a$ par la statistique des $\varepsilon$.* — Pour effectuer cette statistique, il nous faut d'abord recalculer les $\varepsilon$ des étoiles rapportées au nouveau pôle qui a été déterminé au chapitre II. Ce nouveau pôle étant assez voisin de l'ancien, il suffit d'appliquer la correction

$$\varepsilon_{\text{nouveau}} = \varepsilon_{\text{ancien}} - ux - vy,$$

avec

$$u = +0{,}0032$$
$$v = +0{,}0087.$$

Je continue à poser

$$r_v = r\left[1 + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial M}\delta M + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial a}\delta a\right].$$

Nous avons vu que pour un intervalle de distances assez grand au voisinage du plan galactique on a sensiblement :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial M} \neq k, \qquad \frac{\partial r}{\partial a} = -k'r\frac{\Delta m}{a} \neq -k'r^2.$$

On en déduit :

$$r_v = r(1 + k\delta M - k'r\delta a)$$
$$r_v = r(1 + k\delta M) - k'r^2\delta a$$
$$r_v = \lambda r + \mu r^2,$$

avec

$$\lambda = 1 + k\delta M$$
$$\mu = -k'\delta a.$$

De la relation

$$r_v = \lambda r + \mu r^2$$

on déduit :

$$\varepsilon_v = \lambda\varepsilon + \mu r\varepsilon$$
$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_v}{\lambda + \mu r} = \varepsilon_v\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\mu r}{\lambda^2}\right).$$

D'où, en prenant les moyennes pour un certain nombre

d'étoiles situées approximativement à la même distance $\bar{r}$ :

$$\bar{z} = \bar{r}_v \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{\mu}{\lambda^2} \bar{r} \right),$$

$\bar{z}_v = z_0$ : cote du plan galactique par rapport au Soleil,

$$\bar{z} = m + nr \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = \dfrac{z_0}{\lambda} \\ n = -\dfrac{\mu z_0}{\lambda^2}. \end{cases}$$

Les coefficients $m$ et $n$ seront déterminés par la méthode des moindres carrés, en considérant pour chaque sous-type spectral plusieurs tranches de distances.

On aurait de même, en appelant $\sigma$ la dispersion des $z$, $\sigma_v$ celle des $z_v$, et en désignant $\bar{\sigma}_v$ par $\sigma_0$ :

$$\bar{\sigma} = p + q\bar{r} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = \dfrac{\sigma_0}{\lambda} \\ q = -\dfrac{\mu \sigma_0}{\lambda^2}. \end{cases}$$

Cette méthode, pas plus que la précédente, n'a pu nous donner de résultats sur la correction d'absorption.

Ces deux méthodes ayant échoué provisoirement, il reste la comparaison entre les étoiles proches et éloignées appartenant à un même sous-type spectral.

Je n'ai pu considérer plusieurs tranches de distance, que pour les sous-types B2, B3 et B5.

**42. Comparaison de notre méthode à celle de Ralph E. Wilson.** — Nous pouvons rapprocher de notre travail celui de Ralph E. Wilson (37). Ce dernier a déterminé les magnitudes absolues moyennes des étoiles O5 à B5. Sa détermination est basée sur les vitesses radiales de 987 étoiles et les mouvements propres de 1496 étoiles.

*Méthode employée.* — Si on peut déterminer d'une part la distance moyenne $r$ et d'autre part la parallaxe $\bar{\pi}$ d'un certain nombre d'étoiles, la magnitude absolue moyenne obtenue à partir de ces deux quantités sera :

$$(1) \qquad \bar{M} = \frac{1}{2} (\bar{M}'r + \bar{M}'\pi) - \frac{ar}{1000}$$

ou $$(2) \qquad \bar{M}'r = \bar{m}_1 + 5 - 5 \log \bar{r}$$

et $$(3) \qquad \bar{M}'\pi = \bar{m}_2 + 5 + 5 \log \bar{\pi}.$$

Dans la majorité des cas, $r$ ne peut être déterminé qu'à partir de $\bar{\pi}$ directement ou indirectement.

La méthode utilisée, qui est applicable seulement aux étoiles éloignées, consiste dans la détermination de $\bar{r}$ déduite des valeurs de la rotation galactique obtenue au moyen des vitesses stellaires et interstellaires, la valeur de $\bar{\pi}$ étant tirée du mouvement parallactique.

On calcule $\bar{M}'r$ et $\bar{M}'\pi$ par les équations (2) et (3) et on arrive à la valeur $M$ donnée par l'équation (1) qui inclut une correction pour l'absorption dans la zone galactique.

*Détermination de $\bar{r}$ par la rotation galactique.*

Les vitesses radiales stellaires et interstellaires sont toutes corrigées du mouvement solaire 20 km/sec vers l'Apex $A = 270°$, $D = +30°$.

La longitude du centre galactique adoptée est $l_0 = 325°$ et la valeur de $A$ adoptée est 17,7.

Pour chaque étoile on peut écrire :

$$V = \bar{r}A \,.\, F + V'';$$

$$F = \sin 2(l - l_0)\cos^2 b, \qquad V'' : \text{vitesse résiduelle.}$$

En admettant que les mouvements particuliers sont distribués au hasard on a : $\bar{V''} = K$. Il n'y a que 2 inconnues $K$ et $\bar{r}A$.

*Détermination de $\bar{\pi}$ au moyen des mouvements propres.* — Ralph E. Wilson utilise les mouvements propres de 1496 étoiles (O à B6). Les poids étaient déterminés d'après les erreurs probables. Le poids 1 valait pour les erreurs probables inférieures à 0″,007 par année, ce poids décroissant de 0,1 pour chaque accroissement de 0″,001 dans l'erreur probable jusqu'au poids 0,2 pour 0″,015 d'erreur.

Les parallaxes moyennes étaient calculées au moyen de la relation de Strömberg (38) :

$$\pi = \frac{\Sigma p(A\mu_1 + B\mu_2)}{\Sigma p(A^2 + B^2)}$$

$$\mu_1 = \mu_\alpha \cos\delta$$

$$\mu_2 = \mu_\delta.$$

On voit que la méthode employée par R. E. Wilson est tout à fait différente de la nôtre ; notons en particulier que les calculs sont infiniment moins longs.

**43. Interprétation des résultats.** — Je résume dans le tableau (p. 84) les déterminations des corrections effectuées pour les différents sous-types spectraux ; les corrections obtenues par comparaison des vitesses radiales et des mouvements propres sont toujours positives ; les étoiles ont donc été supposées intrinsèquement plus brillantes qu'elles ne le sont en réalité.

Je dois signaler que pour les étoiles appartenant aux premiers sous-types O, Bo, B1, B2 les erreurs probables sont assez fortes ; les corrections pour les sous-types B3 et B5 sont plus précises.

Dans le calcul final de la correction $\Sigma M$ j'ai supposé que le facteur $\lambda$ lui était uniquement dû ; en réalité $\lambda$ correspond à une correction $\Sigma M$ sur la magnitude absolue et $\Sigma a$ sur la constante d'absorption. J'ai signalé (§ 41) les difficultés que j'avais rencontrées pour la détermination de $\Sigma a$. J'ai montré (§ ) que la correction d'absorption proposée par Stebbins, Huffer et Whitford est trop élevée ; par contre la comparaison des étoiles proches et lointaines, appartenant à un même sous-type spectral, nous permet de déduire que la constante d'absorption moyenne adoptée est trop faible. Pour les étoiles B2, il y a une différence de correction considérable, mais les étoiles proches ne sont pas très nombreuses dans ce sous type ; d'autre part, on ne peut utiliser pleinement les résultats obtenus pour les étoiles B2 éloignées, pour la raison que j'ai signalée lors de l'étude de ces étoiles. Malgré ces restrictions la différence doit en partie provenir de l'absorption.

Les étoiles B3 n'apportent qu'un résultat négatif, car la correction trouvée est la même pour les étoiles proches et assez éloignées. Pour les étoiles B5, la différence de correction est très notable ; bien que les distances maxima des étoiles utilisées n'atteignent pas 800 parsecs, compte tenu des erreurs probables, nous pouvons considérer qu'il y a lieu d'augmenter la constante d'absorption d'environ 0,3 magnitude.

L'absorption visuelle moyenne dans le plan galactique serait donc voisine de 0,6 magnitude pour 1000 parsecs. Il est bien entendu qu'il ne s'agit là que d'une valeur moyenne, et que les variations du coefficient d'absorption avec la longitude galactique, qui ont été étudiées au chapitre I, subsistent. Si l'on adopte cette nouvelle valeur de l'absorption les magnitudes absolues trouvées doivent être diminuées respectivement d'environ : 0,3 magnitude pour les étoiles O, Bo, B1, ; 0,2 magnitude pour les étoiles B2 ; 0,1 magnitude pour les étoiles B3 et B5.

## RÉSUMÉ DES RÉSULTATS ET CALCUL DE LA CORRECTION $\delta M$

| SOUS-TYPE | $M$ (départ) | $\lambda(X_0)$ | $\lambda(Y_0)$ | $\lambda$ (moyenne pondérée) | $\lambda$ (tiré de $A\lambda$) | $\lambda$ (adopté) | $\delta M$ | $M$ (adopté) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O. . . . . | — 4,5 | 0,42 ± 0,18 | 0,49 ± 0,45 | 0,43 ± 0,17 | 0,72 ± 0,15 | 0,60 ± 0,12 | + 1,2 | — 3,3 |
| Bo. . . . . | — 3,9 | 1,17 ± 0,36 | 0,57 ± 0,30 | 0,81 ± 0,23 | » | » | » | — 3,3 |
| B1. . . . . | — 3,6 | 1,55 ± 0,50 | 0,37 ± 0,42 | 0,86 ± 0,32 | » | » | » | — 3,0 |
| Bo et B1. . . . . | » | 1,47 ± 0,46 | — 0,29 ± 0,34 | 0,33 ± 0,27 | 1,04 ± 0,19 | 0,80 ± 0,16 | + 0,6 | » |
| B2($r_a < 0,4$). . . . . | — 3,0 | 1,15 ± 0,23 | 1,41 ± 0,53 | 1,19 ± 0,21 | » | » | − 0,4 | » |
| B2($r_a > 0,4$)(1). . . . . | — 3,0 | 1,85 ± 0,97 | 0,21 ± 0,22 | 0,29 ± 0,21 | 1,07 ± 0,30 | 0,55 ± 0,17 | + 1,4 + 0,6 | — 2,4 |
| B2($r_a > 0,4$)(2). . . . . | » | 1,54 ± 0,93 | 0,32 ± 0,37 | 0,49 ± 0,34 | » | 0,81 ± 0,22 | + 0,5 | » |
| B3($r_a < 0,3$). . . . . | — 2,2 | 0,70 ± 0,04 | 1,10 ± 0,15 | 0,75 ± 0,04 | 1,02 ± 0,13 | 0,77 ± 0,04 | + 0,6 | — 1,6 |
| B3($r_a > 0,3$). . . . . | — 2,2 | 0,87 ± 0,13 | 0,86 ± 0,12 | 0,87 ± 0,12 | 0,58 ± 0,17 | 0,78 ± 0,10 | + 0,6 | — 1,6 |
| B3e. . . . . | — 2,2 | 0,96 ± 0,12 | 0,67 ± 0,26 | 0,88 ± 0,10 | 0,65 ± 0,33 | 0,86 ± 0,09 | + 0,3 | — 1,9 |
| B5($r_a < 0,3$). . . . . | — 1,6 | 0,91 ± 0,06 | 1,39 ± 0,19 | 0,95 ± 0,06 | » | » | + 0,1 | |
| B5($r_a > 0,3$). . . . . | — 1,6 | 0,86 ± 0,09 | 0,34 ± 0,15 | 0,71 ± 0,08 | 0,76 ± 0,21 | 0,72 ± 0,07 | + 0,8 + 0,4 | — 1,2 |

**44. Valeurs des magnitudes absolues moyennes trouvées par les différents auteurs.**

| SOUS-TYPE | STEBBINS | C PAYNE sans absorption | C. PAYNE corrigé de l'absorption | MERRILL et SANDFORD | RALPH E. WILSON | SEYFERT et POPPER | GUINTINI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cB.. . . | — 5,5 | » | » | » | » | — 4,6 | » |
| O. . . . | — 4,5 | — 3,6 | — 4,1 | — 3,2 | — 3,7 | — 3,9 | — 3,3 |
| Bo.. . . | — 3,9 | — 2,7 | — 3,1 | — 3,3 | — 3,1 | — 4,4 | — 3,3 |
| B1.. . . | — 3,6 | — 2,3 | — 2,6 | — 2,8 | — 2,7 | » | — 3,0 |
| B2.. . . | — 3,0 | — 1,9 | — 2,1 | — 2,5 | — 2,3 | — 2,8 | — 2,4 |
| B3.. . . | — 2,2 | — 1,0 | — 1,2 | — 2,0 | — 1,7 | » | — 1,6 |
| B3e . . | » | » | » | » | » | » | — 1,9 |
| B5.. . . | — 1,6 | — 0,7 | — 0,8 | — 1,8 | — 0,8 | » | — 1,2 |

## CHAPITRE IV

# RENSEIGNEMENTS FOURNIS PAR LES ÉTOILES DOUBLES

**45.** — Une étoile double est formée de 2 étoiles effectivement liées entre elles par les forces de gravitation. L'existence du mouvement orbital, qui a été mis en évidence pour la première fois par William Herschel, permet de calculer les parallaxes dynamiques de ces étoiles.

La détermination des parallaxes dynamiques est basée sur la troisième loi de Kepler

$$(1) \qquad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = \frac{4\pi^2 a^3}{K^2 P^2}$$

$\mathfrak{M}_1$ et $\mathfrak{M}_2$ étant les masses des composantes,

$a$ : le demi-grand axe de l'orbite,

$P$ : la période,

$K$ : la constante d'attraction de Gauss : $\log K = 2{,}23558$.

Si on prend comme unité l'unité astronomique de distance la masse du Soleil et l'année, l'équation (1) s'écrit :

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = \frac{a^3}{P^2}.$$

La parallaxe $\varpi$ de l'étoile exprimée en secondes d'arc est égale au rapport $\frac{a''}{a}$ des valeurs du $\frac{1}{2}$ grand axe exprimées en secondes d'arc et en unités astronomiques.

On a donc :

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = \frac{a''^3}{\varpi''^3 P^2},$$

$$\varpi'' = \frac{a''}{(P^2 \mathfrak{M})^{\frac{1}{3}}}.$$

Cette dernière relation peut être utilisée pour calculer la parallaxe si la masse $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2$ du système est donnée.

Comme cette quantité n'est pas connue en général, on avait décidé de la supposer égale à 2, chiffre qui est en moyenne assez voisin de la réalité. On peut ensuite améliorer la parallaxe dynamique ainsi déterminée en partant de la magnitude absolue que l'on vient de calculer, et en déduire une valeur plus exacte de la masse au moyen de la relation masse-luminosité d'Eddington.

On utilise aussi une quantité appelée généralement parallaxe hypothétique : $h_1$ ; elle correspond à une masse totale du système égale à l'unité (masse du Soleil).

La parallaxe vraie $\varpi$ correspondant à la masse $\mathfrak{M}$ sera :

$$\varpi = h_1 \mathfrak{M}^{-\frac{1}{3}}.$$

**46. Cas où l'orbite est inconnue.** — La plus grande partie des étoiles doubles visuelles ont un mouvement relatif trop faible pour pouvoir permettre de calculer une orbite même grossièrement approchée.

Soit $r$ la distance des composantes et $v$ leur vitesse relative. On a :

$$(a) \qquad r v^2 = K^2 \mathfrak{M} \left(2 - \frac{r}{a}\right).$$

Si $s$ désigne la distance apparente, $w$ la vitesse relative apparente en secondes d'arc par an, $i$ l'angle entre le rayon vecteur et la ligne de visée, $j$ l'angle entre la vitesse et la ligne de visée, on a :

$$s = \varpi r \sin i,$$
$$w = \varpi v \sin j$$

et en tenant compte que $K^2 = 4\pi^2$ :

$$(b) \qquad s w^2 = 4\pi^2 \varpi^3 \mathfrak{M} \sin i \sin^2 j \left(2 - \frac{r}{a}\right).$$

Si nous posons avec Russell (39) :

$$h_1 = l \left(\frac{s w^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}},$$

$$\sin i \sin^2 j \left(2 - \frac{r}{a}\right) = k^3,$$

$l$ est une constante, $k$ varie suivant l'étoile, l'équation (b) devient :

$$\frac{h_1}{l} = \mathfrak{M}^{\frac{1}{3}} \varpi k.$$

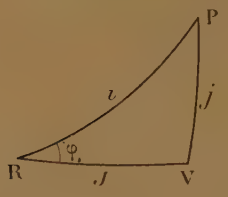

Fig. 13.

La valeur moyenne de

$$k^3 = \sin i \sin^2 j \left(2 - \frac{r}{a}\right)$$

peut être calculée.

Soit $\varphi$ l'angle entre le plan de l'orbite et le plan contenant le rayon vecteur et la ligne de visée (fig. 13) ; si $J$ désigne l'angle entre le rayon vecteur et la direction du mouvement orbital, on a dans le triangle sphérique PRV (P est le pôle, R et V sont respectivement les intersections du rayon vecteur et du mouvement orbital avec la sphère céleste) :

$$\cos j = \cos i \cos J + \sin i \sin J \cos \varphi,$$

$$\sin^2 j = 1 - \cos^2 j = 1 - \cos^2 i \cos^2 J - \sin^2 i \sin^2 J \cos^2 \varphi - 2 \sin i \sin J \cos i \cos J \cos \varphi.$$

Si $i$ et $J$ sont fixes et que $\varphi$ varie, la valeur moyenne de $\sin^2 j$ est $1 - \cos^2 i \cos^2 J - \frac{1}{2} \sin^2 i \sin^2 J$.

Si $i$ varie, $J$ restant fixe, la valeur moyenne de $\sin i \sin^2 j$ est, en tenant compte que la probabilité pour que $i$ soit compris entre $i$ et $i + di$ est $\sin i \, di$ :

$$\overline{\sin i \sin^2 j} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin^2 i - \sin^2 i \cos^2 i \cos^2 J - \frac{1}{2} \sin^4 i \sin^2 J\right) di = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{16} \cos^2 J - \frac{3\pi}{32} \sin^2 J = \frac{\pi}{32} (5 + \cos^2 J).$$

En appelant $u$ l'anomalie excentrique, on a :

$$\frac{r}{a} = 1 - e \cos u, \qquad \cos^2 J = \frac{e^2 \sin^2 u}{1 - e^2 \cos^2 u},$$

d'où :

$$k^3 = \frac{\pi}{32} (5 - 2\bar{e}^2);$$

en prenant

$$\bar{e} = 0{,}561,$$

on obtient :

$$k^3 = 0{,}429,$$

d'où : $$h_1 = 0{,}418 (sw^2)^{\frac{1}{3}}.$$

Russell et Moore ont calculé la plus grande partie de leurs parallaxes à partir de cette formule.

**47. Cas des binaires spectroscopiques.** — Pour les binaires spectroscopiques l'équation (1) s'écrit :

$$\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M} = \frac{4\pi^2}{K^2}\frac{a^3}{P^2}.$$

Nous ne connaissons pas $a$, ou $(a_1 + a_2)$, mais seulement sa projection $a \sin i$ ; nous devons multiplier les 2 membres par $\sin^3 i$, où $i$ est l'inclinaison de l'orbite :

$$(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)\sin^3 i = k'(a_1 + a_2)^3 \sin^3 i P^{-2};$$

$k' = 1$, si $a$ est exprimé en unités astronomiques et $P$ en années, mais $k' = 4 . 10^{-8}$ si $a$ est en km et $P$ en jours.

De la théorie de la détermination des orbites de binaires spectroscopiques nous tirons :

$$(a_1 + a_2)\sin i = k''(K_1 + K_2) P(1 - e^2)^{\frac{1}{2}};$$

$K_1$ et $K_2$ sont les semi-amplitudes des vitesses radiales des 2 composantes exprimées en km. sec. et $k''$ est une constante :

$$(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)\sin^3 i = k_1(K_1 + K_2)^3 P(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}.$$

Si $P$ est exprimé en jours, la valeur de $k_1$ est d'environ

$$1{,}04 . 10^{-7}; \qquad \log k_1 = \bar{7}{,}01642.$$

Si les 2 spectres ont été mesurés, nous avons :

$$\mathfrak{M}_1 \sin^3 i = k_1(K_1 + K_2)^2 K_2 P(1 - e^2)^{\frac{3}{2}},$$

$$\mathfrak{M}_2 \sin^3 i = k_1(K_1 + K_2)^2 K_1 P(1 - e^2)^{\frac{3}{2}},$$

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = \frac{K_2}{K_1}.$$

S'il n'y a qu'un spectre visible, celui de la composante 1, on a :

$$\frac{\mathfrak{M}_2^3 \sin^3 i}{(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)^2} = k_1 K_1^3 P(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}.$$

Les valeurs individuelles de $\sin i$ ne peuvent être calculées que pour les binaires à éclipses ; dans les autres cas seules des moyennes statistiques peuvent être utilisées.

On sait que la probabilité pour que l'inclinaison $i$ soit comprise entre $i$ et $i + di$ est égale à $\sin i\, di$.

La valeur moyenne de $\sin i$ sera, si les plans des orbites sont distribués au hasard :

$$\overline{\sin i} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 i \, di = \frac{\pi}{4} = 0{,}785.$$

Mais on a constaté que les couples de faibles inclinaisons sont beaucoup moins nombreux, on peut avec Schlesinger admettre que la probabilité de découverte d'une binaire spectroscopique est proportionnelle à $\sin i$, d'où :

$$\overline{\sin i} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 i \, di = \frac{8}{3\pi} = 0{,}849 \; ; \times \log \overline{\sin i} = -0{,}070.$$

C'est cette dernière valeur de $\overline{\sin i}$ que nous avons adoptée pour calculer les masses des binaires spectroscopiques.

**48. La relation masse-luminosité.** — La relation entre la masse stellaire et la luminosité fut indiquée par Eddington (40) dans un travail concernant l'équilibre radiatif des étoiles.

Hertzsprung (41) en 1919 donne la formule :

$$\log \mathfrak{M} = -0{,}06(M-5) = -0{,}06(m+5\log\varpi) :$$

$\mathfrak{M}$ : masse stellaire,
$M$ : magnitude absolue,
$m$ : magnitude visuelle,
$\varpi$ : parallaxe de l'étoile.

*Luyten* (42) en 1925 propose la relation :

$$\log \mathfrak{M} = -0{,}09(M-4{,}8).$$

*Hertzsprung* en 1923 donne la relation :

$$\log \mathfrak{M} = -0{,}084(m+5\log\varpi).$$

La température effective $T_e$ d'une étoile est définie par :

(1) $$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4.$$

Dans cette formule $L$ est la luminosité de l'étoile, $R$ le rayon de l'étoile, $\sigma$ la constante de Stefan.

Nous avons de même pour le Soleil $L_\odot = 4\pi(R_\odot)^2(T_{e\odot})^4$, d'où :

(2) $$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_e}{T_{e\odot}}\right)^4.$$

Si $L$ et $R$ sont connus, $T_e$ peut être obtenu à partir de l'équation (2).

La définition de l'échelle de magnitude donne :

$$M = -2{,}5 \log L,$$
$$M_\odot = -2{,}5 \log L_\odot,$$

$M$ étant la magnitude absolue bolométrique.

L'équation (2) donne :

$$\log \frac{L}{L_\odot} = 2 \log \left(\frac{R}{R_\odot}\right) + 4 \log \left(\frac{T_e}{T_{e\odot}}\right)$$

d'où :

$$M = M_\odot - 5 \log \frac{R}{R_\odot} - 10 \log \left(\frac{T_e}{T_{e\odot}}\right).$$

Si on adopte avec Kuiper (43) :

$$M_\odot = +4{,}62,$$
$$T_{e\odot} = 5713°,$$
$$\log T_{e\odot} = 3{,}757,$$

on a :

$$M = 42{,}19 - 10 \log T_e - 5 \log \left(\frac{R}{R_\odot}\right).$$

**49. Magnitude absolue bolométrique.** — La quantité $M_b$, que nous appelons improprement magnitude absolue bolométrique de Russell et Moore (44), a été désignée par $G$ dans le mémoire de Durand (45). Cette quantité n'est pas la magnitude absolue bolométrique $M$. Entre $M_b$ et $M$ on a la relation

$$M_b = M + 2 \log \frac{T_e}{5200}.$$

$M_b$ serait la magnitude absolue bolométrique pour une étoile dont la température effective serait 5200°K.

Avant de poursuivre il nous faut connaître les températures effectives correspondant aux différents sous-types des étoiles à hélium. Les principaux travaux théoriques sur cette question sont dus à Unsöld (46) et à Pannekoek (47). Les températures effectives dépendent d'une façon assez irrégulière des couleurs des étoiles, une complication supplémentaire provient du fait que les étoiles à hélium sont affectées par le rougissement (excès de couleur qui est lié d'ailleurs à la distance de l'étoile).

Pour les étoiles O et B la détermination de Pannekoek a été faite en étudiant le maximum de certaines séries spectrales.

*Correction bolométrique.* La correction bolométrique *B.C.* est la différence : $m_{bol} - m_{pv}$.

Le calcul de cette correction en fonction de $T_e$ avait d'abord été fait en supposant que l'étoile rayonne comme un corps noir.

Les valeurs obtenues ont dû subir des retouches qui ont été évaluées à partir de la courbe d'énergie spectrale.

Les températures et corrections bolométriques se trouvent dans la table ci-dessous. Les valeurs données entre parenthèses pour les types O5 et O6 ont été obtenues par extrapolation.

| Sp | $T_e$ | log $T_e$ | CORRECTIONS BOLOMÉTRIQUES | Sp | $T_e$ | log $T_e$ | CORRECTIONS BOLOMÉTRIQUES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O5 | 80 000 | (4,9) | — 5,6 | B2 | 20 400 | 4,31 | — 2,22 |
| O6 | 63 000 | (4,8) | — 4,9 | B3 | 18 600 | 4,27 | — 2,01 |
| O7 | 50 000 | 4,7 | — 4,3 | B4 | 17 000 | 4,23 | — 1,79 |
| O8 | 40 000 | 4,6 | — 3,8 | B5 | 15 500 | 4,19 | — 1,58 |
| O9 | 32 000 | 4,5 | — 3,24 | B6 | 14 500 | 4,16 | — 1,42 |
| Bo | 25 000 | 4,4 | — 2,7 | B8 | 12 300 | 4,09 | — 1,04 |
| B1 | 23 000 | 4,36 | — 2,48 | B9 | 11 500 | 4,06 | — 0,88 |

$T_e$ étant connu à partir du sous-type spectral, on a :

$$M = \mathcal{C} - 5 \log \left( \frac{R}{R_\odot} \right),$$

où $\mathcal{C}$ ne dépend que du sous-type spectral.

(2)

| Sp | $\mathcal{C}$ | Sp | $\mathcal{C}$ | Sp | $\mathcal{C}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| O7 | — 4,81 | B1 | — 1,41 | B5 | + 0,29 |
| O8 | — 3,81 | B2 | — 0,91 | B6 | + 0,59 |
| O9 | — 2,81 | B3 | — 0,51 | B8 | + 1,29 |
| Bo | — 1,81 | B4 | — 0,11 | B9 | + 1,59 |

On a de même :

$$M_b = M_\odot - 8 \log T_e \; 10 \log T_\odot - 2 \log 5\,200 - 5 \log \left( \frac{R}{R_\odot} \right)$$

$$= 34{,}76 - 8 \log T_e - 5 \log \left( \frac{R}{R_\odot} \right)$$

$$M_b = C - 5 \log \left( \frac{R}{R_\odot} \right).$$

$C$ ne dépend que du sous-type spectral.

(3)

| Sp | $C$ | Sp | $C$ | Sp | $C$ |
|---|---|---|---|---|---|
| O7 | — 2,84 | B1 | — 0,12 | B5 | + 1,24 |
| O8 | — 2,04 | B2 | + 0,28 | B6 | + 1,48 |
| O9 | — 1,24 | B3 | + 0,60 | B7 | + 2,04 |
| Bo | — 0,44 | B4 | + 0,92 | B9 | + 2,28 |

Passage des $M$ de Kuiper aux $M_b$ de Russell et Moore. On a :

$$M_b = M + (C - \mathcal{C}); \qquad C - \mathcal{C} = 2 \log \frac{T_e}{5200}.$$

(4)

| Sp | $C-\mathcal{C}$ | Sp | $C-\mathcal{C}$ | Sp | $C-\mathcal{C}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| O7 | 1,97 | B1 | 1,29 | B5 | 0,95 |
| O8 | 1,77 | B2 | 1,19 | B6 | 0,89 |
| O9 | 1,57 | B3 | 1,11 | B8 | 0,75 |
| Bo | 1,37 | B4 | 1,03 | B9 | 0,69 |

Passage des magnitudes visuelles $M_v$ aux magnitudes bolométriques $M_b$ de Russell et Moore.

(5)

| Sp | $M_b - M$ | Sp | $M_b - M_v$ |
|---|---|---|---|
| O7 | — 2,3 | B3 | — 0,90 |
| O8 | — 2,00 | B4 | — 0,76 |
| O9 | — 1,67 | B5 | — 0,63 |
| Bo | — 1,33 | B6 | — 0,53 |
| B1 | — 1,19 | B8 | — 0,29 |
| B2 | — 1,03 | B9 | — 0,19 |

Ces valeurs sont obtenues par comparaison des tableaux (1) et (4).

La relation masse-luminosité donnée par Russell et Moore est établie à partir des valeurs moyennes de 393 parallaxes trigonométriques et de 360 parallaxes spectroscopiques concernant les binaires visuelles de tous les types spectraux. Dans l'établissement de cette relation n'interviennent que 34 parallaxes trigonométriques d'étoiles O9 à B7. Les éléments de 41 parallaxes spectroscopiques d'étoiles à hélium étant trop incertains n'ont pas été utitisés par les auteurs.

**50. Calcul d'une relation masse-luminosité par la méthode des moindres carrés.** — En partant des données de Russell et Moore et en tenant compte des poids indiqués nous avons déterminé les coefficients $\alpha$ et $\beta$ de la relation :

$$\log \mathcal{M}^{\frac{1}{3}} = \alpha M_b + \beta.$$

Les valeurs trouvées sont les suivantes :

$$\alpha = -0{,}0376 \pm 0{,}0032$$
$$\beta = +0{,}204 \pm 0{,}013,$$

ce qui donne : $\log \mathcal{M}^{\frac{1}{3}} = -0{,}0376\ (M_b - 5{,}34)$.

Ce résultat est presque identique à celui indiqué par Russell et Moore : $\log \mathfrak{M}^{\frac{1}{3}} = -0{,}040\,(M_b - 5{,}20)$.

Toutefois l'erreur probable trouvée par nous sur le coefficient $x$ est environ le double de celle donnée par les auteurs.

**51. Les binaires à éclipses.** — Pour les étoiles doubles photométriques ou variables à éclipses, on connaît par les mesures photométriques l'inclinaison $i$ de l'orbite et les dimensions relatives du système, les mesures spectroscopiques donnent $a \sin i$ en km, la relation :

$$(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2) \sin^3 i = \frac{(a \sin i)^3}{P^2}$$

donne la masse totale du système.

Si les spectres des 2 composantes ont été observées, on connaît le rapport $\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1}$ et par suite les 2 masses $\mathfrak{M}_1$ et $\mathfrak{M}_2$. On peut aussi calculer les luminosités au moyen de l'échelle des températures stellaires, parce que les rayons sont connus.

Les binaires à éclipses sont donc particulièrement indiquées pour la vérification de la relation masse-luminosité.

La magnitude absolue bolométrique $M_b$ de Russell et Moore est calculée d'après la formule :

$$M_b = C - 5 \log \left( \frac{R}{R_\odot} \right) ;$$

$C$ ne dépendant que du sous-type spectral est donné par la table (3). Les étoiles à éclipses utilisées sont les suivantes :

29 C Ma., Y' Cyg., AH Cep., V Pup., AG Per., TT Aur., $\mu_1$ Sco, u Her., Z Vul., $\sigma$ Aql., UCrB, U Oph., U Sge, AR Aur., TX UMa., GO Cyg., TV Cas., $\beta$ Aur., RX Her. MR Cyg., TX Her., CM Lac., WW Aur., S Ant., Z Her., RS CVn, W UMa., WZ Oph., WW Dra., RT Lac., AR Lac., $\zeta$ Aur., YY Gem.

**52. Calcul de la relation masse-luminosité à partir des étoiles binaires à éclipses.** — Nous avons calculé les coefficients $\alpha$ et $\beta$ de la relation

$$\log \mathfrak{M}_1^{\frac{1}{3}} = \alpha M_b + \beta$$

1) en utilisant les 16 étoiles O à B9 ;
2) en utilisant les 17 étoiles Ao à d$M$ ;
3) en utilsant iles 33 étoiles O à $M$.

Dans cette formule $\mathfrak{M}_1$ est la masse et $M_b$ la magnitude absolue bolométrique de Russell et Moore de la composante brillante.

Les résultats sont les suivants :

Étoiles O à B9 :

$$\alpha = -0{,}0498 \pm 0{,}0029$$
$$\beta = +0{,}1742 \pm 0{,}010$$

d'où : $\log \mathfrak{M}_1^{\frac{1}{3}} = -0{,}0498\ (M_b - 3{,}50)$.

Étoiles A0 à $M_1$,

$$\alpha = -0{,}0340 \pm 0{,}0032$$
$$\beta = +0{,}1654 \pm 0{,}0112$$

d'où : $\log \mathfrak{M}_1^{\frac{1}{3}} = -0{,}034\ (M_b - 4{,}85)$.

Étoiles O à $M$ :

$$\alpha = -0{,}0426 \pm 0{,}0016$$
$$\beta = +0{,}1894 \pm 0{,}0054$$

d'où : $\log \mathfrak{M}_1^{\frac{1}{3}} = -0{,}043\ (M_b - 4{,}68)$.

On voit que les coefficients $\alpha$ et $\beta$ diffèrent notablement pour les 2 catégories d'étoiles considérées.

La relation trouvée pour l'ensemble des binaires à éclipses est assez voisine de celle donnée par Russell et Moore :

$$\log \mathfrak{M}_1^{\frac{1}{3}} = -0{,}040\ (M_b - 5{,}20).$$

Le catalogue de Moore (48) renferme 109 binaires spectroscopiques appartenant aux types O et B, mais pour la majorité d'entre elles un seul spectre a été observé et uniquement la valeur du rapport

$$f = \frac{\mathfrak{M}_2^3 \sin^3 i}{(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)^2}$$

a pu être calculée.

Pour une cinquantaine de ces étoiles, variables à éclipses comprises, les 2 spectres ayant été observés, les quantités $\mathfrak{M}_1 \sin i$ et $\mathfrak{M}_2 \sin i$ ont pu être déterminées.

En adoptant pour valeur moyenne de $\sin i$ la valeur 0,849, on obtient la masse de la composante brillante.

La relation masse-luminosité nous donne la magnitude absolue bolométrique, et, si le sous-type spectral est connu, nous pouvons en déduire la magnitude absolue visuelle : $M_v$.

Voici les magnitudes absolues moyennes trouvées pour les différents sous-types, ainsi que la dispersion par rapport à la valeur moyenne :

| Sp | NOMBRE D'ÉTOILES | $M_v$ | σ |
|---|---|---|---|
| O | 6 | — 6,1 | 2,0 |
| Bo | 4 | — 4,4 | 0,2 |
| B1 | » | » | » |
| B2 | 6 | — 2,4 | 1,7 |
| B3 | 13 | — 2,2 | 2,2 |
| B5 | 5 | — 0,1 | 2,8 |

Le nombre d'étoiles de chaque sous-type étant très faible et la dispersion des magnitudes considérable, on ne peut attacher beaucoup de valeur aux résultats ci-dessus.

Le catalogue d'Aitken (49) renferme environ 800 étoiles B doubles, mais la plupart sont des types B8 et B9. Voici le nombre d'étoiles dans les différents sous-types de la classification de Harvard.

O : 14 ; Bo : 22 ; B1 : 16 ; B2 : 22 ; B3 : 87 ;
B5 : 77 ; B8 : 177 ; B9 : 361 ; B : 14.

La plus grande partie de ces étoiles sont des binaires visuelles, pour lesquelles l'orbite est inconnue.

Le catalogue de Franck Schlesinger (50) donne les parallaxes dynamiques de 115 étoiles B contenues dans le catalogue d'Aitken; parmi ces 115 étoiles 73 sont des classes B8 et B9, il ne reste donc que 41 parallaxes d'étoiles O et Bo à B5, d'où impossibilité de les étudier en statistique.

A titre d'indication, les magnitudes absolues moyennes trouvées pour les différents sous-types sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

| Sp | NOMBRE D'ÉTOILES | $M$ | σ |
|---|---|---|---|
| O | 4 | — 4,2 | 2,3 |
| Bo | 5 | — 1,3 | 3,0 |
| B1 | 5 | — 2,3 | 1,5 |
| B2 | 4 | — 1,9 | 1,0 |
| B3 | 15 | — 0,7 | 1,6 |
| B5 | 8 | + 0,8 | 1,7 |

**53. Magnitudes absolues moyennes d'après les parallaxes dynamiques de Russell et Moore.** — Russell et Moore ont déterminé

(par la méthode indiquée § 46 et en appliquant leur relation masse-luminosité) les parallaxes dynamiques de 84 étoiles de types O à B5 dont l'orbite est inconnue ; une grande partie de ces étoiles se trouve d'ailleurs dans le catalogue d'Aitken.

Pour calculer la magnitude absolue de la composante brillante du couple nous devons noter que la magnitude $m$ donnée est la magnitude globale, les magnitudes des composantes étant $m'$ et $m''$ ; on connaît en général $m'' - m' = \Delta m$ ; $m'$ est la magnitude de la composante brillante.

On a, d'après la définition de l'échelle de magnitudes :

$$10^{-0,4m} = 10^{-0,4m'} + 10^{-0,4m''} = 10^{-0,4m'}\left[1 + 10^{-0,4\Delta m}\right]$$

$$-0,4m = -0,4m' + \log\left[1 + 10^{-0,4\Delta m}\right]$$

$$m' - m = \delta m = 2,5 \log\left[1 + 10^{-0,4\Delta m}\right].$$

La correction $\delta m$ à appliquer à la magnitude globale $m$ d'une étoile double pour obtenir la magnitude $m'$ de la composante brillante s'obtient donc très facilement. Il y a d'ailleurs intérêt à faire une table donnant directememt $\delta m$ en fonction de $\Delta m$.

En partant des parallaxes individuelles des étoiles, nous avons calculé les magnitudes absolues et leur dispersion par rapport à la valeur moyenne obtenue pour chaque sous-type spectral.

Les résultats se trouvent résumés dans le tableau ci-dessous :

| Sp | NOMBRE D'ÉTOILES | $M$ | $\sigma$ | REMARQUES |
|---|---|---|---|---|
| O | 7 | — 2,4 | 1,7 | |
| Bo | 4 | — 1,2 | 3,4 | |
| B1 | 7 | — 2,3 | 1,2 | 1 étoile supergéante, A.D.S. 5454, éliminée. |
| B2 | 11 | — 1,6 | 1,5 | |
| B3 | 28 | + 0,2 | 1,8 | |
| B3 | 25 | — 0,1 | 1,5 | 3 étoiles naines éliminées. |
| B5 | 22 | + 0,2 | 2,0 | |
| B5 | 19 | + 0,2 | 1,1 | 3 étoiles éliminées (1 supergéante et 2 naines). |

On voit que les renseignements fournis par les étoiles doubles n'apportent pas de résultats nets. Nous devons toutefois remarquer que les valeurs trouvées pour les magnitudes absolues moyennes sont beaucoup plus grandes (étoiles intrinsèquement plus faibles) que celles que nous ont données les vitesses radiales et les mouvements propres.

**54. Conclusion.** — J'ai apporté dans ce travail une modeste contribution à notre connaissance de l'absorption dans l'espace interstellaire.

J'ai montré que la meilleure manière de calculer les distances stellaires était de construire des tables donnant directement la distance corrigée de l'absorption. Pour établir ces tables j'ai dû adopter un peu arbitrairement la constante $\theta$ ; on devra peut-être modifier cette dernière par la suite, mais je pense que le principe et la réalisation de ces tables ne seront pas inutiles.

Les résultats concernant la position du pôle galactique sont particulièrement nets, la cote du Soleil au nord du plan galactique a été déterminée avec une erreur qui ne dépasse pas quelques parsecs. La détermination des corrections à apporter aux magnitudes absolues moyennes des étoiles des différents sous-types a nécessité de très longs calculs. Les résultats obtenus seraient plus décisifs s'ils n'étaient, pour la plupart, entachés d'erreurs probables assez importantes. Ce travail pourra être poursuivi avec fruit pour les étoiles plus faibles lorsque l'on sera en possession de nouvelles vitesses radiales ; il faudra également l'étendre aux étoiles supergéantes, étoiles très éloignées, donc particulièrement précieuses pour l'étude de l'absorption.

# BIBLIOGRAPHIE


(1) *Harvard Annals*, nos 91 à 100.
(2) *D. A. O.*, **5**, p. 99 (1922).
(3) Adams et Joy, *C. M. W.*, n° 262.
(4) Williams, *Ap. J.*, **83**, p. 305 (1936).
(5) Seares, *Ap. J.*, **62**, p. 168 (1925).
(6) Shapley, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **19**, p. 389 (1933).
(7) Hubble, *Ap. J.*, **79**, p. 8 (1934).
(8) Trumpler, *Lick Obs. Bull.*, **14**, p. 154 (1930); *P. A. S. P.*, **42**, p. 214 (1930).
(9) Joy, *Ap. J.*, **89**, p. 356 (1939).
(10) Elvey, *Ap. J.*, **74**, p. 298 (1931).
(11) Hall, *Ap. J.*, **85**, p. 145 (1937).
(12) Seares, *P. A. S. P.*, **43**, p. 53 (1931).
(13) Oort, *B. A. N.*, **8**, p. 233 (1938).
(14) Schalén, *Medd. Upsala*, n° 58 (1934).
(15) Zug, *Lick Obs. Bull.*, **16**, n° 454 (1933).
(16) Smith, *Lick Obs. Bull.*, **18**, p. 39 (1937).
(17) Stebbins et Whitford, *Ap. J.*, **84**, p. 132 (1936).
(18) Stebbins et Whitford, *Ap. J.*, **86**, p. 247 (1937).
(19) Stebbins, Huffer et Whitford, *Ap. J.*, **91**, p. 20 (1940).
(20) Wolf, *A. N.*, **209**, p. 109 (1923); *A. N.*, **223**, p. 89 (1925).
(21) G. Mie, *Annalen der Physik*, **25**, p. 377 (1908).
(22) Schalén, *Annales d'Astr.*, **1**, p. 60 (1938).
(23) Stebbins et Whitford, *Ap. J.*, **98**, p. 20 (1943).
(24) Seyfert et Popper, *Ap. J.*, **93**, p. 461 (1941),
(25) D. Barbier et D. Chalongo, *Annales d'Astr.*, **4**, p. 84 (1941).
(26) P. Guintini, *Annales d'Astr.*, **5**, p. 114 (1942).
(27) Stebbins, Huffer et Whitford, *Ap. J.*, **92**, p. 193 (1940).
(28) H. Mineur, *Annales d'Astr.*, **1**, p. 97 (1938).
(29) H. Mineur, *C. R.*, p. 528 (1941).
(30) San Luis Catalogue of 15333 stars, Carnegie Inst. Wash. Pub. n° 386.
(31) Ohlsson, Tables for the conversion of eqnatorial coordinates into galactic coordinates. Lund Observatory (1932).
(32) C. H. Payne, Stars of high luminosity, Harvard Observatory Monographs n° 3.
(33) J. H. Moore, General catalogue of the radial velocities of stars nebulae and clusters. *Publication of the Lick Observatory*, vol. **18** (1932).
(34) Plaskett et Pearce, *D. A. O.*, vol. V, n° 4, p. 286 (1936).
(35) Boss, General catalogue of 33342 stars, Carnegie Institution of Washington (1937).
(36) H. Mineur, *C. R.*, **220**, p. 80 (1945).
(37) Ralph E. Wilson, *Ap. J.*, **94**, p. 12 (1941).
(38) Strömberg, *Ap. J.*, **84**, p. 561 (1936).

(39) H. N. Russell, *A. J.*, **38**, n° 897, p. 89 (1928).
(40) Eddington, *M. N.*, **77**, p. 596 (1917).
(41) Hertzsprung, *A. N.*, **208**, p. 96 (1919).
(42) Luyten, *Harv. Ann.*, **85**, n° 5 (1923).
(43) Kuiper, *Ap. J.*, **88**, p. 429 et suiv. (1938).
(44) Russell et Moore (The masses of the stars), The University of Chicago Press (1940).
(45) Durand, *Annales de l'Observatoire de Toulouse*, **15**, p. 117 (1939).
(46) Unsöld, *Zs. f. Ap.*, **8**, p. 32 (1933), p. 225 (1934).
(47) Pannekoek, *Ap. J.*, **84**, p. 481 (1936).
(48) Moore, *L. O. B.*, **18**, n° 483 (1939).
(49) Aitken. Double stars.
(50) F. Schlesinger, General Catalogue of stellar parallaxes, Yale (1935).

# TABLE DES MATIÈRES


SOMMAIRE. . . . . 3
INTRODUCTION. . . . . 5

CHAPITRE PREMIER

ÉTUDE DE LA DISTRIBUTION DE LA MATIÈRE ABSORBANTE

1. — Les classifications spectrales. . . . . 9
2. — L'absorption sélective. . . . . 11
3. — Les Nébuleuses obscures de Barnard. . . . . 13
4. — Distances des nuages absorbants. . . . . 14
5. — Dimensions et nature des particules provoquant l'absorption interstellaire. . . . . 15
6. — L'excès de couleur. . . . . 16
7. — Étude des excès de couleur photoélectriques de Stebbins, Huffer et Whitford. . . . . 18
8. — Calcul du coefficient de corrélation entre l'excès de couleur et la distance. 20
9. — Variation de l'excès de couleur moyen avec la latitude galactique. . . 24
10. — Conciliation entre les résultats expérimentaux et une formule d'absorption. 25
11. — Étude théorique de la distribution de la matière absorbante. . . . . 30
12. — Établissement de tables pour le calcul de l'absorption. . . . . 32
13. — Comparaison des valeurs de la table avec celles données par une couche uniforme. . . . . 35

CHAPITRE II

POSITION PRÉCISE DU PÔLE GALACTIQUE

14. — Matériel et méthode. . . . . 38
15. — Détermination du plan moyen. . . . . 38
16. — Calcul des coordonnées du pôle galactique vrai. . . . . 39
17. — Résultats obtenus pour les différentes catégories étudiées. . . . . 40
Principales déterminations :
18. — 1) du pôle galactique. . . . . 46
19. — 2) de la cote du Soleil. . . . . 47

CHAPITRE III

DÉTERMINATION DES CORRECTIONS A APPORTER AUX MAGNITUDES ABSOLUES ET A LA CONSTANTE D'ABSORPTION

20. — Expression de la rotation galactique différentielle. . . . . 48
21. — La rotation galactique différentielle et les vitesses radiales. . . . . 51
22. — La rotation galactique et les mouvements propres. . . . . 52

23. — Emploi des vitesses radiales pour la détermination des distances. . . 53
Résultats obtenus au moyen des vitesses radiales des différents sous-types :
24. — Étoiles O. . . . . 57
25. — Étoiles Bo, B1. . . . . 58
26. — Étoiles B2. . . . . 59
27. — Étoiles B3. . . . . 60
28. — Étoiles B3e. . . . . 61
29. — Étoiles B5. . . . . 61
30. — Remarques à propos du terme *K*. . . . . 62
31. — Les poids des mouvements propres. . . . . 63
32. — Emploi des mouvements propres pour la détermination des distances :
33. — Étoiles O. . . . . 67
34. — Étoiles Bo. . . . . 68
35. — Étoiles B1. . . . . 69
36. — Étoiles B2. . . . . 70
37. — Étoiles B3. . . . . 73
38. — Étoiles B3e. . . . . 74
39. — Étoiles B5. . . . . 75
40. — Méthode applicable aux étoiles proches. . . . . 76
41. — Détermination de la correction à apporter à la constante d'absorption. 79
42 — Comparaison de notre méthode à celle de Ralph E. Wilson. . . . . 81
43 — Interprétation des résultats. . . . . 83
44. — Magnitudes absolues moyennes adoptées. . . . . 85

## CHAPITRE IV

## RENSEIGNEMENTS FOURNIS PAR LES ÉTOILES DOUBLES

45. — La loi de Kepler. . . . . 86
46. — Cas où l'orbite est inconnue. . . . . 87
47. — Les binaires spectroscopiques. . . . . 89
48. — La relation masse-luminosité. . . . . 90
49. — Les magnitudes absolues bolométriques. . . . . 91
50. — Calcul d'une relation masse-luminosité par la méthode des moindres carrés. . . . . 93
51. — Les binaires à éclipses. . . . . 94
52. — Calcul de la relation masse-luminosité à partir de ces étoiles. . . . 94
53. — Magnitudes absolues moyennes déduites du catalogue de Moore. . . . 96
54. — Conclusion. . . . . 98
Bibliographie
Appendice Tables pour le calcul de l'absorption.

# DEUXIÈME THÈSE

## PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

*Multiplicateurs d'électrons.*

Vu et approuvé :
Paris, le 3 juin 1946
*Le Doyen de la Faculté des Sciences,*
J. CABANNES.

Vu et permis d'imprimer :
*Le Recteur de l'Académie de Paris,*
G. ROUSSY.

IMPRIMERIE DURAND, 9, RUE FULBERT, CHARTRES (EURE-ET-LOIR). — 8-1948.